

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΑΔΩΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΕ ΨΗΦΙΑΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΔΙΑΔΟΧΙΚΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ-ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ-ΣΥΖΗΤΗΣΗΣ

Γιώργος Ψυχάρης Βαγγέλης Φακούδης

Μαθηματικό Τμήμα ΕΚΠΑ Γυμνάσιο Σουφλίου

gpsych@math.uoa.gr fakoudis@sch.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Μέσα από τη συνεργασία ενός εκπαιδευτικού και ενός ερευνητή, στην παρούσα έρευνα μελετάται ο διδακτικός σχεδιασμός, τα αντίστοιχα υλικά και η διδασκαλία του εκπαιδευτικού στο πλαίσιο της χρήσης ψηφιακών εργαλείων στο μάθημα των μαθηματικών. Η έρευνα έλαβε χώρα σε δύο διαδοχικούς κύκλους σχεδιασμού-εφαρμογής-συζήτησης. Η ανάλυση της δημιουργίας μονάδων διδασκαλίας ανέδειξε πτυχές της εξέλιξης του εκπαιδευτικού στο επίπεδο της γνώσης και του διδακτικού του σχεδιασμού.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο παρόν άρθρο παρουσιάζουμε έρευνα σχετικά με τον διδακτικό σχεδιασμό, τα αντίστοιχα υλικά και τη διδασκαλία ενός εκπαιδευτικού στο πλαίσιο της εισαγωγής της χρήσης ψηφιακών εργαλείων στο μάθημα των μαθηματικών. Έχοντας ως αφετηρία διαθέσιμα υλικά, ο εκπαιδευτικός ενεπλάκη στην ανάπτυξη μονάδων διδασκαλίας (documents, Gueudet & Trouche, 2009) (π.χ. δραστηριοτήτων, φύλλων εργασίας - ΦΕ, ψηφιακών δομημάτων), που χρησιμοποίησε σε δύο κύκλους εφαρμογής στη σχολική τάξη σε διαδοχικές σχολικές χρονιές. Εστιαζόμαστε στις μονάδες διδασκαλίας που ανέπτυξε αρχικά ο εκπαιδευτικός, στο πώς τις χρησιμοποίησε στην τάξη και στο αν και από ποιους παράγοντες επηρεάστηκε περαιτέρω η γνώση του αλλά και η εξέλιξη του διδακτικού σχεδιασμού του στην επόμενη εφαρμογή. Στην αφετηρία του διδακτικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού ήταν υλικό που αναπτύχθηκε για το νέο Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) για τα Μαθηματικά στη βασική εκπαίδευση [1]. Η αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών υποστηρίζει την καινοτομική φιλοσοφία του συγκεκριμένου ΠΣ για τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών που επικεντρώνεται στην εμπλοκή των μαθητών σε μαθηματικές δραστηριότητες, διατύπωση και έλεγχο υποθέσεων και επίλυση προβλήματος μέσα από τη χρήση εξειδικευμένων λογισμικών για μαθηματική διερεύνηση (π.χ. Δυναμικής Γεωμετρίας, Προγραμματισμού, Αλγεβρικών Συστημάτων). Στο επίπεδο της παρέμβασης στη σχολική τάξη με ψηφιακά εργαλεία, αναπτύχθηκαν δύο κατηγορίες υλικού με χρήση των προτεινόμενων λογισμικών: (α) τα μικροπειράματα [2], ψηφιακά αντικείμενα-δομήματα που ενσωματώνονται σε

διαφορετικά σημεία της ύλης και προσφέρονται για μικρής έκτασης παρέμβαση στο μάθημα και (β) οι συνθετικές εργασίες, που προτείνονται ως δραστηριότητες για ένα σύνολο 10 δ. ωρών με στόχο την εμπλοκή των μαθητών σε διαδικασίες διερεύνησης και μοντελοποίησης προβλημάτων μέσα από το χειρισμό αλληλοσυνδεόμενων αναπαραστάσεων. Η παρούσα έρευνα βασίστηκε στη συνεργασία ενός ερευνητή και ενός εκπαιδευτικού, όταν ο πρώτος επιχειρήσει να εισαγάγει τη χρήση ψηφιακών εργαλείων στη διδασκαλία του στο σχολείο έχοντας ως σημείο αφετηρίας μια συνθετική εργασία που αποτέλεσε μέρος του υλικού που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο του ΠΣ.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Στον ερευνητικό χώρο έχει επισημανθεί η πολυπλοκότητα της χρήσης της τεχνολογίας στη σχολική τάξη των μαθηματικών (Lagrange et al., 2003), όπως και η απόσταση που χωρίζει την πρόσβαση σε σχετικό διδακτικό υλικό από την εφαρμογή του στη διδασκαλία. Στη σχετική συζήτηση έχει υποδειχτεί ως κρίσιμο το ζήτημα της ιδιοποίησης του υλικού από τον εκπαιδευτικό, που περιλαμβάνει την ενεργό εμπλοκή του σε διαδικασίες προσαρμογής, τροποποιήσεων και μετασχηματισμών, ανάλογα με το διδακτικό του σχεδιασμό, τις επαγγελματικές του εμπειρίες (π.χ. συμμετοχή σε κοινότητες) και την εμπειρία της χρήσης του υλικού στην διδασκαλία (Laborde, 2001). Οι Gueudet και Trouche (2009) περιέγραψαν την εργασία του εκπαιδευτικού για την προετοιμασία της διδασκαλίας ως μια διαδικασία αλληλεπίδρασης με ένα σύνολο από διαθέσιμες πηγές (resources) – π.χ. σχολικά βιβλία, αρχεία λογισμικού, σημειώσεις, ΦΕ – που οδηγούν στη δημιουργία μονάδων διδασκαλίας (documentational genesis) και ευρύτερα στη δημιουργία *συστημάτων μονάδων διδασκαλίας (documentation systems)*. Η διαδικασία αυτή είναι διττή και αναφέρεται τόσο στο πώς οι πηγές επηρεάζουν τη δραστηριότητα του εκπαιδευτικού, όσο και στο πώς ο εκπαιδευτικός διαμορφώνει τις πηγές για συγκεκριμένους στόχους της διδασκαλίας του σε συγκεκριμένα πλαίσια. Δύο χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης διαδικασίας ενίσχυσαν την αξιοποίησή της στην μελέτη όχι μόνο του διδακτικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού, αλλά και της επαγγελματικής του εξέλιξης (Gueudet & Trouche, 2011): (1) Μια μονάδα διδασκαλίας συνέχει στοιχεία πρακτικής και γνώσης, καθώς μπορεί να περιγραφεί ως σύνθεση της πηγής και των *σχημάτων χρήσης* της. Τα σχήματα χρήσης αναφέρονται στις συνήθειες δράσεις/ενέργειες του εκπαιδευτικού (στο πώς χρησιμοποιεί μια πηγή στη διδασκαλία) και στις *λειτουργικές σταθερές*, την μη ευθέως εκφραζόμενη γνώση του εκπαιδευτικού (π.χ. για τα μαθηματικά, τη διδασκαλία, την τεχνολογία, τους μαθητές) που έχει δομηθεί σε διαφορετικά πλαίσια χρήσης της πηγής και καθορίζει τις επιλογές του. (2) Ο σχεδιασμός μονάδων διδασκαλίας συνεχίζεται στο χρόνο μέσα από τη χρήση τους, καθώς μια μονάδα διδασκαλίας μπορεί να αποτελέσει πηγή για την ανάπτυξη μιας νέας μονάδας. Συνεπώς, το σύστημα μονάδων διδασκαλίας που δομεί και επαναδομεί ένας

εκπαιδευτικός μέσα στο χρόνο προσφέρεται ως πεδίο μελέτης του σχεδιασμού και της πρακτικής του, ιδιαίτερα στην περίπτωση της χρήσης ψηφιακών πηγών οι οποίες προσφέρουν πλούσιες δυνατότητες σχεδιασμού και αλληλεπίδρασης. Στο παρόν άρθρο εστιάζομαστε στη διαδικασία δημιουργίας και χρήσης μονάδων διδασκαλίας από τον εκπαιδευτικό, στο πώς η διαδικασία αυτή επηρεάζεται από την εφαρμογή στη σχολική τάξη, αλλά και στο πώς επηρεάζει την γνώση του εκπαιδευτικού και την περαιτέρω εξέλιξη του διδακτικού του σχεδιασμού.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Το αντικείμενο της συνεργασίας ερευνητή και εκπαιδευτικού (Ponte et al., 2004) αφορούσε στην αναζήτηση της γνώσης γύρω από τη διδασκαλία των μαθηματικών με ψηφιακά εργαλεία μέσα από τη διερεύνηση των αποφάσεων του εκπαιδευτικού σε επίπεδο διδακτικού σχεδιασμού και διδασκαλίας, αλλά και τον κριτικό αναστοχασμό. Η επιλογή αυτή ενισχύθηκε από το γεγονός ότι ο εκπαιδευτικός επεδίωκε παράλληλα να διερευνήσει τις δυνατότητες για συστηματική χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία του. Στο παρόν άρθρο αναφερόμαστε σε δύο κύκλους εφαρμογής μιας συνθετικής εργασίας (4 και 8 δ. ώρες αντίστοιχα) σε δύο διαδοχικές σχολικές χρονιές σε αντίστοιχα τμήματα (ένα κάθε φορά) της Β' γυμνασίου. Πριν από κάθε κύκλο εφαρμογής ο εκπαιδευτικός κατέγραφε με συστηματικό τρόπο τα υλικά και τους στόχους της διδασκαλίας του, τα κοινοποιούσε στον ερευνητή και ακολουθούσε συζήτηση σχετικά με τις αποφάσεις του σε επίπεδο διδακτικού σχεδιασμού (σκεπτικό, αιτιολόγηση, κριτήρια). Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός βιντεοσκοπούσε τις διδασκαλίες του συλλέγοντας παράλληλα δεδομένα οθόνης από δύο ομάδες μαθητών. Ακολούθως, ο εκπαιδευτικός ανέλυε τις διδασκαλίες επιλέγοντας σημεία που αναδείκνυαν την απόσταση ανάμεσα στο σχεδιαζόμενο/προσδωκόμενο και το πραγματικό (π.χ. κατανόηση/δυσκολίες των μαθητών, στιγμιαίες αποφάσεις του εκπαιδευτικού, διαχείριση της τάξης). Τα σημεία αυτά ονομάστηκαν *κρίσιμα* καθώς αναμέναμε να τροφοδοτήσουν τη συζήτηση ερευνητή και εκπαιδευτικού για τη διδασκαλία και να αποτελέσουν εναύσματα για να μελετηθεί σε επόμενη φάση αν και πώς επηρέασαν περαιτέρω την εξέλιξη του διδακτικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού και τη διδασκαλία του. Ακολουθούσε σχολιασμός της αρχικής ανάλυσης του εκπαιδευτικού από τον ερευνητή, παράλληλη δική του ανάλυση των διδασκαλιών και κύκλος αναστοχαστικών συζητήσεων (δια ζώσης και εξ' αποστάσεως) με βάση τα κρίσιμα σημεία. Σε επόμενη φάση τα κρίσιμα σημεία κωδικοποιήθηκαν για την ανάλυση και ενσωματώθηκαν σε κατηγορίες. Τα δεδομένα ήταν: (α) το υλικό των διδασκαλιών του εκπαιδευτικού, (β) οι βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες και των δύο κύκλων εφαρμογής (12 δ. ώρες), (γ) δεδομένα καταγραφής οθόνης (δύο ομάδες μαθητών ανά δ. ώρα), (δ) συζητήσεις και ηλεκτρονική επικοινωνία ερευνητή-

εκπαιδευτικού. Στο παρόν άρθρο χρησιμοποιήσαμε αποσπάσματα από τις συζητήσεις ερευνητή-εκπαιδευτικού συμπληρωματικά με την ανάλυση των διδασκαλιών για να αναλύσουμε τον διδακτικό σχεδιασμό του εκπαιδευτικού και την πρακτική του κατά τον πρώτο κύκλο εφαρμογής και το διδακτικό του σχεδιασμό για τον δεύτερο κύκλο εφαρμογής.

ΑΝΑΛΥΣΗ

Στην αφετηρία του διδακτικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού και στους δύο κύκλους εφαρμογής στην τάξη ήταν η συνθετική εργασία με τίτλο «Αναζητώντας το λάθος στο γραμμωτό κώδικα» (για συντομία συνθετική ΓΚ) για την έννοια της γραμμικής συνάρτησης στη Β' γυμνασίου με χρήση του Function Probe (FP) [3]. Η συνθετική ΓΚ βασιζόταν σε ένα πραγματικό πρόβλημα ελέγχου των πιθανών λαθών που μπορεί να γίνονται στην τιμολόγηση οπωροκηπευτικών σε ένα σούπερ μάρκετ το οποίο χρησιμοποιεί ζυγαριά με το σύστημα του γραμμωτού κώδικα (barcode). Ο ελεγκτής πωλήσεων παρέλαβε από τον πωλητή που ζυγίζει και τιμολογεί τα προϊόντα έναν πίνακα με την ποσότητα x (κιλά) και δίπλα το ποσό y (ευρώ) με το οποίο τιμολογήθηκε το προϊόν για 30 πωλήσεις που αφορούσαν 4 προϊόντα. Ο ελεγκτής, με βάση τον πίνακα αυτό, θα ελέγξει αν υπήρξαν λάθη τιμολόγησης. Δίνεται πίνακας με τρεις στήλες (Προϊόν, Ποσότητα, Τιμή), δύο τελευταίες εκ των οποίων είναι συμπληρωμένες με 30 ζεύγη τιμών. Ακολουθεί μια συνοπτική περιγραφή τριών φάσεων εφαρμογής με ενδεικτικά ερωτήματα ανά φάση. Φάση 1: 1^η ερώτηση: εύρεση του αριθμού πωλήσεων από κάθε προϊόν. Προσδοκώμενη δραστηριότητα μαθητών: 'πέραςμα' στοιχείων στον Πίνακα (στήλες x και y), σύνδεση με τα ανάλογα ποσά, συμπλήρωση της στήλης «Τιμή» με το λόγο y/x (τιμές λόγου: 0.7, 1.4, 2.3 και 3.2, εκτός από μία περίπτωση με τιμή 0.82 για την πώληση στην οποία έγινε λάθος). 2^η ερώτηση: αποστολή ζευγών βάρους-τιμής στο Γράφημα, διερεύνηση του αν και με ποιο κριτήριο τα σημεία αυτά χωρίζονται σε ομάδες. 3^η ερώτηση: διερεύνηση της σύνδεσης των ομάδων σημείων με σχέσεις αναλογίας (αν ναι, να γραφούν οι αντίστοιχοι τύποι), διερεύνηση ύπαρξης σχέσης μεταξύ των συντελεστών αναλογίας με τα στοιχεία του πίνακα τιμών (υπόδειξη: κατασκευή της $y=x$ και μετακίνησή της με το εργαλείο κατακόρυφου ελαστικού χειρισμού). Προσδοκώμενη δραστηριότητα των μαθητών: προσέγγιση της σύνδεσης των συνευθειακών σημείων με τις γραμμικές συναρτήσεις κιναισθητικά, σύνδεση του συντελεστή αναλογίας $y=ax$ με την τιμή των λόγων που είχαν προκύψει στον πίνακα με δεδομένο ότι εμφανίζεται ο τύπος της συνάρτησης σε κάθε μετασχηματισμό (με αυξομείωση) του γραφήματος. 4^η ερώτηση: αριθμός περιπτώσεων (και είδος/η) που έγινε υπερτιμολόγηση με δεδομένο ότι οι τιμές ανά κιλό των προϊόντων είναι πολλαπλάσια του δεκαλέπτου του ευρώ. 5^η ερώτηση: μετά την κατασκευή στηλών στον Πίνακα για τον ακριβή υπολογισμό των τιμών κάθε προϊόντος έως 10Kg (μια στήλη-

βάρος με 100 τιμές, εντολή ‘Γέμισμα’ από 0 έως 10Kg με βήμα 0.1 και τέσσερις στήλες με τις αντίστοιχες τιμές με χρήση των τύπων $y=0.7x$, $u=1.4x$, $z=2.3x$) να ελεγχθεί η ορθότητα του πίνακα από τη γραφική παράσταση. Προσδοκώμενη δραστηριότητα των μαθητών: αποστολή σημείων στο Γράφημα, διαπίστωση ότι ‘πέφτουν’ στις υπάρχουσες ευθείες, νοηματοδότηση της σύνδεσης. Φάση 2: Μελέτη της $y=ax$ (κλίση, γραφική παράσταση). Φάση 3: Εισαγωγή στην $y=ax+\beta$ ως παράλληλη μεταφορά της $y=ax$ μέσα από την επέκταση του αρχικού προβλήματος. Μελέτη της $y=ax+\beta$ μέσω μετασχηματισμών της $y=ax$ στο Γράφημα και μέσω της κατασκευής νέων στηλών που αντιστοιχούν σε συναρτησιακές σχέσεις (π.χ. $y=0.7x+0.5$) στον Πίνακα. Γραφική επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων μέσα από πραγματικά προβλήματα.

1ος κύκλος εφαρμογής

Τα κριτήρια επιλογής της συνθετικής εργασίας ΓΚ από τον εκπαιδευτικό για την αρχική εφαρμογή ήταν: (α) η εισαγωγή της έννοιας της γραμμικής συνάρτησης μέσα από ένα πραγματικό πρόβλημα, (β) η εισαγωγή της διερεύνησης στη διδασκαλία και (γ) η διερεύνηση της δυνατότητας υλοποίησης μιας συνθετικής εργασίας στη σχολική τάξη. Λόγω προβλημάτων στη διάθεση του εργαστηρίου, η εφαρμογή της συνθετικής ΓΚ έλαβε χώρα στην τάξη με χρήση 4 φορητών υπολογιστών των μαθητών και 2 του εκπαιδευτικού για 4 δ. ώρες στο πλαίσιο της διδασκαλίας των παραγράφων 3.3 και 3.4 (Οι συναρτήσεις $y = ax$ και $y = ax + \beta$) του κεφαλαίου 3 (Συναρτήσεις). Προηγήθηκε η διδασκαλία των παραγράφων 3.1 (Η έννοια της συνάρτησης) και 3.2 (Καρτεσιανές συντεταγμένες - Γραφική παράσταση συνάρτησης) με χρήση ΦΕ από υλικό που είχε δημιουργήσει ο εκπαιδευτικός τα προηγούμενα διδακτικά έτη δίνοντας έμφαση στον συνολοθεωρητικό ορισμό της συνάρτησης. Αναφορικά με την συνθετική ΓΚ, ο εκπαιδευτικός ανέπτυξε δύο μονάδες διδασκαλίας: (α) το ΦΕ «Γνωριμία με το FP» για την εξοικείωση με το λογισμικό που περιελάμβανε ερωτήματα για βασικές λειτουργίες του FP (Πώς μπορώ να γεμίσω γρήγορα μία στήλη με τιμές; Πώς μπορώ να στείλω στοιχεία από τον πίνακα στο γράφημα;) και σχετικές οδηγίες, (β) το «Φύλλο δραστηριοτήτων», μια σύνθεση τριών φύλλων εργασίας για την κάλυψη και των τριών φάσεων εφαρμογής της συνθετικής εργασίας ΓΚ που περιελάμβανε τα προτεινόμενα από το ΠΣ ερωτήματα ανά φάση και είχε τα ακόλουθα νέα στοιχεία: βοήθεια αναφορικά με λειτουργίες του λογισμικού που εμφανιζόταν στα δεξιά της 1^{ης} και της 2^{ης} σελίδας με τη μορφή αριθμημένων ερωτήσεων-απαντήσεων (π.χ. Βοήθεια 6), χρήση 1^{ου} πληθυντικού στα ερωτήματα και προτροπές προς τους μαθητές για συζήτηση και επιχειρηματολογία.

Ακολουθεί συνοπτική περιγραφή της διδακτικής ακολουθίας και των αντίστοιχων υλικών που χρησιμοποίησε ο εκπαιδευτικός στη διδασκαλία του κεφαλαίου 3 (Συναρτήσεις): **1^η-4^η δ. ώρα**: 5 ΦΕ από υπάρχον υλικό του εκπαιδευτικού: απεικονίσεις, ορισμός συνάρτησης, σημεία στο επίπεδο, πολλαπλές αναπαραστάσεις συναρτήσεων,

γραφικές παραστάσεις απεικονίσεων και συναρτήσεων. **5^η-6^η δ. ώρα:** Μετωπική παρουσίαση του FP από τον εκπαιδευτικό. Στον αρχικό σχεδιασμό η εξοικείωση των μαθητών με το λογισμικό προβλεπόταν να γίνει μέσω της χρήσης του ΦΕ «Γνωριμία με το FP». **7^η-10^η δ. ώρα:** «Φύλλο δραστηριοτήτων»: τρεις φάσεις της συνθετικής εργασίας ΓΚ (με εξαίρεση την $y=ax+\beta$ που υπήρχε στον αρχικό σχεδιασμό για μία επιπλέον δ. ώρα αλλά ματαιώθηκε λόγω τεχνικών προβλημάτων με τους υπολογιστές). **11^η - 12^η δ. ώρα:** Διδασκαλία της $y=ax+\beta$ (σχολικό βιβλίο).

Η διπλή ανάλυση των διδασκαλιών έφερε στην επιφάνεια τρεις κατηγορίες (*Υλικά, Μαθηματικά, Διδασκαλία*) και αντίστοιχες ομάδες κρίσιμων σημείων απόστασης ανάμεσα στο προσδοκώμενο και το πραγματικό. Αναφέρουμε συνοπτικά τέσσερα παραδείγματα κρίσιμων σημείων.

Υλικά - Εξοικείωση με τα ψηφιακά εργαλεία. Δυσκολίες μαθητών με τη χρήση των ψηφιακών εργαλείων. Σημειώνουμε ότι η παρουσίαση του FP έγινε μετωπικά στην τάξη από τον εκπαιδευτικό. «Αυτό έγινε λόγω πίεσης χρόνου αλλά και απειρίας μου. Νόμιζα ότι έτσι μπορούν να πάρουν μια γνώση».

Μαθηματικά – Συνδέσεις εντός του εννοιολογικού πεδίου μιας μαθηματικής έννοιας. Δυσκολία των μαθητών με προαπαιτούμενη γνώση: ανάλογα ποσά (ιδιότητες, γραφική αναπαράσταση), λόγοι κ.λπ. Ο εκπαιδευτικός υπενθύμισε τις σχετικές έννοιες μετωπικά.

Μαθηματικά – Κατασκευή νέας μαθηματικής γνώσης. Δυσκολίες των μαθητών στη νοηματοδότηση της προσέγγισης των σημείων στο γράφημα μέσω του μετασχηματισμού της $y=x$ με το εργαλείο ελαστικού χειρισμού.

Διδασκαλία - Ενσωμάτωση της διερεύνησης στο μάθημα. Ανάθεση από τον εκπαιδευτικό ερωτημάτων σε ομάδες και συζήτηση ολομέλειας σε σύντομο χρόνο στη οποία συχνά ‘παρουσίαζε’ μετωπικά ο ίδιος τη διερεύνηση και το αποτέλεσμα της (π.χ. σχέση των λόγων με τις τιμές των προϊόντων). «Έχεις στο μυαλό σου σχεδιασμένο, λίγο-πολύ ασυνείδητα, ότι αυτή την ώρα θα βγάλω αυτές τις τρεις ερωτήσεις. Ενώ πιστεύεις ότι πρέπει να γίνει διερεύνηση, αν ξέρεις ότι σε ένα πεντάλεπτο θα χτυπήσει το κουδούνι και έχεις σκαλώσει στην πρώτη ερώτηση, χωρίς να το συνειδητοποιείς, λες να κλείσω να πάω στην επόμενη».

2ος κύκλος εφαρμογής

Ο διδακτικός σχεδιασμός του εκπαιδευτικού για τον 2^ο κύκλο εφαρμογής δομήθηκε με άξονα τη διδασκαλία ολόκληρου του κεφαλαίου 3 των συναρτήσεων. Για τη διδασκαλία στην τάξη ο εκπαιδευτικός δημιούργησε, μεταξύ άλλων, σύνθετες μονάδες διδασκαλίας με τη μορφή ΦΕ - θα τα ονομάσουμε *εμπλουτισμένα φύλλα εργασίας (ΕΦΕ)* – στα οποία ενσωμάτωσε στοιχεία θεωρίας (π.χ. ορισμοί) και ποικιλία δραστηριοτήτων (π.χ. ανοιχτών), αναπαραστάσεων και διδακτικών πηγών (π.χ. υπερσυνδέσεις με μικροπειράματα). Σημειώνουμε ότι τα περισσότερα μικροπειράματα σχεδιάστηκαν από

τον ίδιο τον εκπαιδευτικό, καθώς το ίδιο χρονικό διάστημα ξεκίνησε να συμμετέχει στην ομάδα εμπλουτισμού των σχολικών βιβλίων μαθηματικών του Ψηφιακού Σχολείου (ΨΣ).

Ακολουθεί η περιγραφή του συστήματος μονάδων διδασκαλίας του εκπαιδευτικού σε σχέση με τη διδακτική ακολουθία στον 2^ο κύκλο εφαρμογής (17 διδακτικές ώρες για το κεφάλαιο 3) και η περιγραφή/αιτιολόγηση κάποιων επιλογών του εκπαιδευτικού από τον ίδιο. **1^η-2^η δ. ώρα (τάξη):** 1 ΕΦΕ («Κανονικότητες») με 6 δραστηριότητες: μοτίβα χρωμάτων/σχεδίων, αριθμητικά/γεωμετρικά μοτίβα, τετράγωνοι/τριγωνικοί αριθμοί, ημερολόγιο. «Οι μαθητές έχουν δει κανονικότητες και μοτίβα από το δημοτικό, αλλά δεν φτάνουν ποτέ στο γενικό τύπο. Θεώρησα ότι είναι μια ευκαιρία να μπουν μέσα από τα μοτίβα οι συναρτήσεις, πόσο μάλλον που προτάθηκαν και επίσημα από το ΠΣ». **3^η-8^η δ. ώρα (τάξη και εργαστήριο):** 1 ΕΦΕ («Σχέσεις δύο μεταβλητών-Συναρτήσεις») με 15 δραστηριότητες και 6 μικροπειράματα με Geogebra. «Εβαλα πολλά μικροπειράματα γιατί είναι διερευνητικά χωρίς να πιάνουν μεγάλο διδακτικό χρόνο. Εστιάζονται σε συγκεκριμένες έννοιες με αναπαραστάσεις εννοιών που με τους συνηθισμένους τρόπους διδασκαλίας δεν αναδεικνύονται. Π.χ. μέσα από την προσομοίωση μιας μπάλας που πέφτει ελεύθερα από έναν ουρανοξύστη, οι μαθητές μπορούν να βλέπουν κάθε χρονική στιγμή το διάστημα που έχει διανύσει η μπάλα και να συμπληρώνουν πίνακα τιμών, να τοποθετούν αυτά τα σημεία σε γράφημα, να μεταβάλλουν το a στην $y = ax^2$ ώστε να περνά από αυτά τα σημεία και να βρίσκουν απαντήσεις σε ερωτήματα από τη γραφική παράσταση». **9^η-13^η δ. ώρα (εργαστήριο):** 1 ΕΦΕ «Ανάλογα ποσά – Η συνάρτηση $y=ax$ »: ισοδύναμα κλάσματα, ανάλογα ποσά, 1 μικροπείραμα με FP (βάρος πορτοκαλιών-τιμή στον Πίνακα, αναπαράσταση στο Γράφημα) για εξοικείωση με βασικές λειτουργίες του FP (γέμισμα στήλης, αποστολή στο γράφημα, πύκνωση σημείων, κατασκευή της ευθείας, μέτρηση κλίσης, σύνδεση με συντελεστή αναλογίας) και παράλληλη προσέγγιση της γραφικής αναπαράστασης των αναλόγων ποσών μέσω πύκνωσης σημείων, 1^η φάση της συνθετικής ΓΚ (5 ερωτήματα). «Η εκμάθηση του FP μέσα από δραστηριότητα είχε νόημα και βοήθησε πολύ στο να μειωθούν τα προβλήματα χρήσης του λογισμικού». **14^η-15^η δ. ώρα (εργαστήριο και τάξη):** 1 ΕΦΕ «Η συνάρτηση $y=ax$ » (2^η Φάση της συνθετικής ΓΚ) και (β) 3 μικροπειράματα με Geogebra από το Ψηφιακό Σχολείο: κλίση ευθείας, μεταβολή της τεταγμένης στην $y=ax$. **16^η δ. ώρα (εργαστήριο):** 1 ΕΦΕ «Η συνάρτηση $y=ax+b$ »: 3^η φάση της συνθετικής ΓΚ εμπλουτισμένη με 1 μικροπείραμα (ρόλος a και b) και δραστηριότητες για σχεδιασμό ευθειών στο χαρτί. **17^η δ. ώρα (τάξη):** Ασκήσεις σχολικού βιβλίου στην $y=ax+b$.

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Τα νέα στοιχεία στο σύστημα μονάδων διδασκαλίας του εκπαιδευτικού και στην αντίστοιχη εφαρμογή (2^{ος} κύκλος) είναι: (α) η διδασκαλία κανονικοτήτων μέσω μοτίβων

και των αναλόγων ποσών πριν την έναρξη της διδασκαλίας των συναρτήσεων, (β) η εισαγωγή της χρήσης μικροπειραμάτων για στοχευμένη διδακτική παρέμβαση σε διαφορετικά σημεία της ύλης και εξοικείωση των μαθητών με την εργασία σε ομάδες, (γ) η εισαγωγή στη συνάρτηση με έμφαση στη συμμεταβολή, (δ) η δημιουργία ΕΦΕ και ο εμπλουτισμός τους με ανοιχτές δραστηριότητες, (ε) η εξοικείωση των μαθητών με το FP μέσω μιας δραστηριότητας της συνθετικής ΓΚ (10^{11} δ. ώρα), (στ) η υλοποίηση της εφαρμογής με εναλλαγή μαθήματος στο εργαστήριο υπολογιστών και την τάξη. Τα στοιχεία αυτά φαίνεται να ‘απαντούν’ σε πρώτο επίπεδο στα ζητήματα που έφερε στην επιφάνεια ο 1^{ος} κύκλος εφαρμογής, αλλά και να σηματοδοτούν πτυχές της εξέλιξης του διδακτικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού. Συγκεκριμένα, μια σειρά από ζητήματα που σχετίζονται με τα παραπάνω στοιχεία συζητήθηκαν μεταξύ εκπαιδευτικού και ερευνητή κατά την ανάλυση των διδασκαλιών του 1^{ου} κύκλου και τροφοδότησαν τον αναστοχασμό σχετικά με τα υλικά και τις δράσεις του εκπαιδευτικού σε συγκεκριμένες κατηγορίες καταστάσεων. Για παράδειγμα, μέσα από τις δυσκολίες των μαθητών να συνδέσουν τις προσφερόμενες αναπαραστάσεις με τις επιδιωκόμενες μαθηματικές έννοιες ήρθε στην επιφάνεια το ζήτημα της πρόσθετης παιδαγωγικής αξίας της χρήσης της τεχνολογίας για τη διδασκαλία των συναρτήσεων. Στον 2^ο κύκλο εφαρμογής ο εκπαιδευτικός υιοθέτησε μια συνολική οπτική για τη διδασκαλία της συνάρτησης σε επίπεδο εννοιολογικού πεδίου, αναδιέταξε τη διδακτική ακολουθία των εμπλεκόμενων μαθηματικών εννοιών (π.χ. αναλογία), τροποποίησε την επιστημολογική του προσέγγιση αναφορικά με την διδασκαλία της συνάρτησης αναπτύσσοντας νέες δραστηριότητες, ενσωμάτωσε στο μάθημά του νέα υλικά (π.χ. ΕΦΕ, μικροπειράματα) που στόχευαν στην διερεύνηση και στην ενίσχυση της κατανόησης από την πλευρά των μαθητών και αντιμετώπισε την εξοικείωση με τα ψηφιακά εργαλεία ως μέρος των μαθησιακών δραστηριοτήτων των μαθητών. Για παράδειγμα, η εισαγωγή του μικροπειράματος με FP (10^{11} δ. ώρα) βασίστηκε στην γνώση του εκπαιδευτικού που προήλθε από την εμπειρία των δυσκολιών των μαθητών να συνδέσουν την προσέγγιση των σημείων στο γράφημα (ανάλογα ποσά) με το μετασχηματισμό της $y=x$ και το συντελεστή αναλογίας κατά τον 1^η κύκλο εφαρμογής της συνθετικής ΓΚ (Φάση 1: ερωτ. 2 και 3). Το σημείο αυτό είχε εντοπιστεί ως κρίσιμο στην ανάλυση των διδασκαλιών και είχε συζητηθεί το αν και πώς μπορεί να ενισχυθεί η επιδιωκόμενη νοηματοδότηση της σύνδεσης των συννευθιακών σημείων με τις γραμμικές συναρτήσεις κιναισθητικά στην πράξη. Η επιλογή του εκπαιδευτικού ήταν να προηγηθεί η δυναμική κατασκευή του γραφήματος της $y=ax$ μέσω πύκνωσης των σημείων του. Άρα, το μικροπείραμα ως μονάδα διδασκαλίας συνέχει λειτουργικές σταθερές όπως ‘η πύκνωση σημείων βοηθάει την κατασκευή νοήματος για τη συνάρτηση ως διαδικασία’, ‘η συνάρτηση ως σύνολο σημείων ενισχύει την κατανόηση της σύνδεσης αναλόγων ποσών με την $y=ax$ και τους μετασχηματισμούς της’. Αναφορικά με την διαχείριση της διερεύνησης σε επίπεδο διδασκαλίας κατά τον 2^η κύκλο εφαρμογής, οι ενδείξεις από τις συζητήσεις ερευνητή-

εκπαιδευτικού δείχνουν ότι ο εκπαιδευτικός ακολούθησε σταθερά τον κύκλο ερώτηση-διερεύνηση-συζήτηση αφιερώνοντας περισσότερο χρόνο για διερεύνηση και διαπραγμάτευση. Οι λειτουργικές σταθερές που φαίνεται να επηρεάζουν τον μετασχηματισμό της γνώσης και της πρακτικής του εκπαιδευτικού, αλλά και την εξέλιξη της δημιουργίας μονάδων διδασκαλίας, σχετίζονται με την εμπειρία του 1^{ου} κύκλου εφαρμογής και τη διερεύνηση της διδασκαλίας με κύριους άξονες: (α) την κατασκευή της μαθηματικής γνώσης μέσα από τη χρήση της τεχνολογίας και (β) την ενσωμάτωση της διερεύνησης στη σχολική τάξη.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Η ανάλυση που προηγήθηκε ανέδειξε ότι η δημιουργία μονάδων διδασκαλίας με ψηφιακά εργαλεία για τα μαθηματικά αποτελεί ένα πρόσφορο πεδίο μελέτης της επαγγελματικής ανάπτυξης του εκπαιδευτικού στο επίπεδο της γνώσης και της εξέλιξης του διδακτικού του σχεδιασμού. Τα κύρια ευρήματα που σηματοδοτούν εξέλιξη μπορούν να εντοπιστούν στην ανάπτυξη μονάδων διδασκαλίας που στοχεύουν στην δημιουργία εστιών ενίσχυσης της κατανόησης και της διερεύνησης από την πλευρά των μαθητών (π.χ. χρήση μικροπειραμάτων για την νοηματοδότηση των συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων της συνάρτησης).

Σημειώσεις: [1] Πρόγραμμα Σπουδών "Μαθηματικά στην Α/θμια και Β/θμια Εκπαίδευση". «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) – Νέο Πρόγραμμα Σπουδών, Οριζόντια Πράξη» MIS: 295450. ΙΕΠ, Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων, 2012. [2] Τα μικροπειράματα συνδέονται είτε με ορισμούς και μαθηματικές ιδιότητες, είτε με δραστηριότητες και ασκήσεις των σχολικών βιβλίων. [3] Το FP προσφέρει τρία παράθυρα αναπαράστασης για τις συναρτήσεις: Πίνακας, Γράφημα και Υπολογιστής. Οι γραφικές παραστάσεις μπορεί να σχεδιαστούν με πολλούς τρόπους, π.χ. εισαγωγή τύπου, αποστολή σημείων (x, y) από τον Πίνακα (δημιουργία σημείων "x" και "y", δυνατότητα να εισαχθούν ενδιάμεσες τιμές για πύκνωση των σημείων στο Γράφημα). Ειδικά εργαλεία (π.χ. ελαστικού χειρισμού) επιτρέπουν τον μετασχηματισμό συναρτήσεων (μετατόπιση, ανάκλαση, αυξομείωση) με απευθείας χειρισμό του γραφήματος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009) Towards new documentation systems for teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2011) Mathematics teacher education advanced methods : an example in dynamic geometry. *ZDM*, 43(3), 399-411.
- Laborde, C. (2001). The use of new technologies as a vehicle for restructuring teachers' mathematics. In T. Cooney & F. L. Lin (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 87-109). Kluwer.
- Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C., & Trouche, L. (2003) Technology and mathematics education: A multidimensional study of the evolution of research and

innovation. In A.J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 239–271). Kluwer.

Ponte, P., Ax, J., Beijaard, D., & Wubbels, T. (2004) Teachers' development of professional knowledge through action research and the facilitation of this by teacher educators. *Teaching and Teacher Education*, 20, 571 – 588.