

ΠΡΑΚΤΙΚΑ 6ογ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ ΕΝΩΣΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΩΝ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ (ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.)

Μαθηματικά ΜΕ διάκριση και ΧΩΡΙΣ διακρίσεις

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

Επιμέλεια Δ. Δεσλή, Ι. Παπαδόπουλος, Μ. Τζεκάκη

ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ Παιδαγωγικό τμημα δημοτικής εκπαιδεύσης τμημα επιστημών προσχολικής αγώγης και εκπαιδεύσης

ΠΡΑΚΤΙΚΑ 6^{ογ} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΥ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ ΜΕ ΔΙΕΘΝΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ της ΕΝΩΣΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΩΝ της ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ των ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Μαθηματικά ΜΕ διάκριση και ΧΩΡΙΣ διακρίσεις

Επιμέλεια: Δ. Δεσλή, Ι. Παπαδόπουλος, Μ. Τζεκάκη

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ 4-6 Δεκεμβρίου 2015

ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΥΝ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕ ΧΩΡΟΥΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

*Ελισάβετ Καλογερία, **Χρήστος Μάλλιαρης, ***Γιώργος Ψυχάρης *Μαθηματικός,** Μαθηματικός,*** Μαθηματικό Τμήμα ΕΚΠΑ

ekaloger@ppp.uoa.gr, chrismalliaris@gmail.com, gpsych@math.gr

Στην παρούσα εργασία περιγράφεται η διαδικασία ανάπτυξης διδακτικού υλικού από δυο εκπαιδευτικούς, με στόχο την ένταξη διερευνητικών τρόπων μάθησης στη σχολική τάξη μέσα από κατάλληλη σύνδεση με χώρους εργασίας. Η διερεύνηση καθοδήγησε τον σχεδιασμό, ώστε οι προτεινόμενες δραστηριότητες να παρέχουν ένα παράδειγμα σύνδεσης των μαθηματικών με έναν συγκεκριμένο χώρο εργασίας, με στόχο την καλλιέργεια της διερευνητικής σκέψης των μαθητών, ενώ παράλληλα αποτέλεσε το μέσο για τη μελέτη της διαδικασίας σχεδιασμού και της υλοποίησής του στη σχολική τάξη, μέσα από συνεργασία και αναστοχασμό, πριν, κατά και μετά την εφαρμογή.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Η βασισμένη στη διερεύνηση διδασκαλία αποτελεί μια σύγχρονη τάση στη μαθηματική εκπαίδευση, σύμφωνα με την οποία οι μαθητές καλούνται να εργασθούν με τρόπους παρόμοιους με αυτούς των μαθηματικών και των επιστημόνων (Artigue & Blomhøj, 2013). Η διανοητική ενασχόληση των μαθητών κατά τη διάρκεια της εμπλοκής τους με το προς διερεύνηση αντικείμενο, όπως δείχνει η σχετική έρευνα, μπορεί να συνεισφέρει στην κατανόηση και μάθηση μιας επιστημονικής θεωρίας (Nuffield Foundation, 2013). Η σημασία της πρακτικής εμπλοκής μέσα από αυθεντικά προβλήματα, οδήγησε την έρευνα στη μελέτη της συμπερίληψης των χώρων εργασίας ως μέρους ενός μαθηματικού προβλήματος. Η εστίαση δόθηκε στην πράξη, δηλαδή στη σύζευξη των ανθρώπινων ενεργειών πάνω σε σχετικά σύνθετες δραστηριότητες ή προβλήματα που ένας εργαζόμενος καλείται να εκτελέσει, με το ρόλο που παίζουν τα μαθηματικά σε όλη αυτή τη διαδικασία (Wake, 2014). Οι στρατηγικές επίλυσης ενός προβλήματος που σχετίζεται με κάποιο χώρο εργασίας, καθώς και ο τρόπος χειρισμού αλγεβρικών και χωρικών εννοιών ή σχέσεων που εμφανίζονται σε αυτό το πλαίσιο, θέτουν το ζήτημα του επαναπροσδιορισμού των αντίστοιχων σχολικών Προγραμμάτων Σπουδών (Π.Σ.) (Triantafyllou & Potari, 2010), με δυνατότητα συμπερίληψης χώρων εργασίας σε δραστηριότητες, τόσο στα μαθηματικά, όσο και σε άλλα διδακτικά αντικείμενα (Wake, 2014).

της Εν.Ε.Δι.Μ.

Η διδασκαλία που εμπλέκει το συνδυασμό διερευνητικής μάθησης με χώρους εργασίας, δεν συνηθίζεται σε επίπεδο σχολικής τάξης και απαιτεί αλλαγή του ρόλου του εκπαιδευτικού, από παθητικό εφαρμοστή του Π.Σ. της πολιτείας, σε αυτόν του συνδιαμορφωτή της καθημερινής σχολικής πρακτικής. Ο ενεργός ρόλος του συνίσταται στην επινόηση δραστηριοτήτων αυτής της μορφής, είτε στην τροποποίηση υπαρχουσών, στην εφαρμογή τους στην πράξη, καθώς και στον επανασχεδιασμό τους με βάση τα ευρήματα από την υλοποίηση. Οι Henningsen και Stein (1997) περιγράφουν 3 φάσεις στην εξέλιξη μιας μαθηματικής δραστηριότητας (διάγραμμα 1):



Διάγραμμα 1: Φάσεις στην εξέλιξη μιας μαθηματικής δραστηριότητας

Κατ΄ αναλογία, σε μία διερευνητική δραστηριότητα που εμπλέκει και χώρους εργασίας ο εκπαιδευτικός πρέπει να σκεφθεί για τον συνδυασμό χώρων-εννοιών, πώς οι έννοιες αυτές περιγράφονται στα επίσημα Π.Σ. και τι διαφορετικό θα μπορούσε να αναδείξει ο σχεδιασμός του. Η δημιουργία συναφούς υλικού (π.χ. σεναρίων που επιχειρούν αυτή τη σύνδεση, αντίστοιχων φύλλων εργασίας και αρχείων λογισμικού) είναι ένα επόμενο βήμα, το οποίο, επηρεάζεται από μία σειρά παραμέτρων που έχουν να κάνουν με αυτή καθαυτή την προτεινόμενη δραστηριότητα, αλλά και με το έμψυχο υλικό της τάξης (πώς οι μαθητές υιοθετούν στην πράξη το ρόλο ενός επαγγελματία και πώς ο εκπαιδευτικός διαχειρίζεται αυτή τη νέα κατάσταση). Το τελικό αποτέλεσμα δεν είναι αυτονόητο, αντίθετα, χρήζει περαιτέρω διερεύνησης από τον εκπαιδευτικό και ενδεχομένως οδηγεί στον επανασχεδιασμό της δραστηριότητας.

Όπως δείχνει η σχετική έρευνα, η διαδικασία σχεδιασμού, εφαρμογής, αναστοχασμού και επανασχεδιασμού, ενδυναμώνεται ιδιαίτερα μέσα από τη συμμετοχή του εκπαιδευτικού σε 'διερευνητικές κοινότητες', με στόχο τη βελτίωση της διδασκαλίας και μάθησης (Jaworski, 2004). Στις κοινότητες αυτές, εκπαιδευτικοί και ερευνητές διερευνούν από κοινού τη διαδικασία χρήσης διερευνητικών μεθόδων στη διδασκαλία των μαθηματικών. Δηλαδή, οι εκπαιδευτικοί αναπτύσσουν διερευνητικές προσεγγίσεις που αφορούν τις ίδιες τους τις πρακτικές, αλλά και τρόπους βελτίωσής τους. Στην παρούσα έρευνα, η διερεύνηση λειτούργησε και στα τρία επίπεδα που περιγράφει η Jaworski (2004): 1) Στην εισαγωγή της διερευνητικής μάθησης στα μαθηματικά μέσα από τον σχεδιασμό δραστηριοτήτων, που συνδέουν μαθηματικά με χώρους εργασίας, για τις οποίες αξιοποιήθηκαν τα ευρήματα αντίστοιχων ερευνών (Artigue & Blomhøj, 2013), δηλαδή: δόθηκε έμφαση στην αυθεντικότητά τους, στον πειραματισμό και την πρακτική εμπλοκή με χειραπτικά υλικά και λογισμικό, στην ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης προβλήματος, στη δυνατότητα αυτόνομης εργασίας των μαθητών σε ομάδες, στο διάλογο ανάμεσα στον εκπαιδευτικό και τους μαθητές, καθώς και στη συνεργασία ανάμεσα στους μαθητές σε ομάδες, αλλά και των ομάδων μεταξύ τους. 2) Στη διερεύνηση της διδασκαλίας, για τη μελέτη του σχεδιασμού μας και της υλοποίησης των (διερευνητικών) δραστηριοτήτων στην σχολική τάξη. 3) Στη διαδικασία χρήσης διερεύνησης στα μαθηματικά και στη διδασκαλία των μαθηματικών. Έτσι, το πρώτο και το δεύτερο επίπεδο διερεύνησης σχετίζονται με τις φάσεις 2 και 3 του διαγράμματος 1 και επιχειρούν να καταγράψουν τις επιλογές του εκπαιδευτικού σε επίπεδο σχεδιασμού (π.χ. επιλογές που ενισχύουν τη διερεύνηση των μαθητών στα μαθηματικά) αλλά και τους παράγοντες που επηρεάζουν την εγκατάσταση του σχεδιασμού στη σχολική τάξη όπως και την ίδια τη διδασκαλία Το τρίτο επίπεδο διερεύνησης συσχετίζει τα άλλα δυο επίπεδα και επιχειρεί να διαπιστώσει αν και πώς οι διαδικασίες που μελετήθηκαν σε αυτά, μπορούν να συνεισφέρουν στη βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Με βάση το παραπάνω σκεπτικό, η παρούσα έρευνα επιχειρεί να προσεγγίσει τους παράγοντες που διαμορφώνουν τον σχεδιασμό δυο εκπαιδευτικών που ξεκινούν από την ίδια ιδέα σύνδεσης με ένα χώρο εργασίας, τις δυνατές τροποποιήσεις του σχεδιασμού με βάση την εφαρμογή στην πράξη και τη δυναμική που αναδύεται μέσα από τη διαδικασία αυτή για την βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών.

ΜΕΘΟΔΟΣ

Α) Περιγραφή - είδος της έρευνας - συμμετέχοντες: Ο σχεδιασμός και η υλοποίηση των διερευνητικών δραστηριοτήτων έγινε από 2 εκπαιδευτικούς (Α και Β) και απευθύνθηκε σε δυο διαφορετικά σχολικά πλαίσια και γυμνασιακές τάξεις. Συγκεκριμένα, η ίδια ιδέα διερεύνησης απευθύνθηκε από τον εκπαιδευτικό Β σε μαθητές Α΄ Γυμνασίου πρότυπου πειραματικού σχολείου (2 ώρες), ενώ από την εκπαιδευτικό Α σε μαθητές Γ΄ Γυμνασίου δημόσιου σχολείου (3 ώρες). Ο ερευνητικός σχεδιασμός βασίστηκε στην ακολουθία: προγραμματισμός \rightarrow δράση \rightarrow παρατήρηση \rightarrow αναστοχασμός \rightarrow ανατροφοδότηση \rightarrow προγραμματισμός, που θεωρείται ως κεντρικού χαρακτήρα στην έρευνα δράσης (Jaworski, 2007). Αναλυτικά, η ερευνητική διαδικασία παριστάνεται στο διάγραμμα 2. Οι εκπαιδευτικοί Α και Β αποτελούν μέρος μιας ευρύτερης ομάδας που συγκροτήθηκε στο πλαίσιο του ευρωπαϊκού προγράμματος Mascil (http://www.mascil-project.eu). Στη διαδικασία συμμετείχε και ένας πανεπιστημιακός από το χώρο της διδακτικής μαθηματικών, ο ρόλος του οποίου εστιάσθηκε στη θεωρητική

υποστήριξη των εκπαιδευτικών σε ό,τι αφορά στη διερευνητική μάθηση και στη μεθόδευση διερεύνησης των πρακτικών τους.



Διάγραμμα 2: Η διαδικασία σχεδιασμού και υλοποίησης

B) Δεδομένα: i) Το υλικό που παράχθηκε από τους δυο εκπαιδευτικούς σε όλες τις φάσεις του διαγράμματος 2 (φύλλα εργασίας, αρχεία λογισμικού) ii) σημειώσεις ετεροπαρατήρησης iii) σημειώσεις από τις αναστοχαστικές συναντήσεις που πραγματοποιούνταν μετά από κάθε εφαρμογή iv) φόρμες προετοιμασίας/εγκατάστασης των παρεμβάσεων πριν την εφαρμογή και φόρμες αποτίμησης των διδακτικών παρεμβάσεων μετά την εφαρμογή στην τάξη, που συμπληρώθηκαν από όλους τους συμμετέχοντες στο project και v) βιντεοσκοπημένο υλικό 6 ωρών από τις τρεις εφαρμογές.

Γ) Η δραστηριότητα: *i) Η αρχική ιδέα*: Οι μαθητές υιοθετούν το ρόλο των εργαζόμενων σε βιοτεχνία κατασκευής χαρταετών, με στόχο την εξοικονόμηση χαρτιού. *ii) Η προετοιμασία*: Πριν την εφαρμογή χωρίζονται σε ομάδες, αναζητούν πληροφορίες και τις αναρτούν στην e-class, για τα ακόλουθα: α) Το χαρτί που χρησιμοποιείται για την κατασκευή χαρταετών (διαστάσεις, συσκευασία και κόστος αγοράς του). β) Τα σχήματα και τις διαστάσεις των χαρταετών, με εστίαση σε κανονικό εξάγωνο διαστάσεων 80εκ, 100εκ, 120εκ, που μπορεί να αποτελείται από 6 ισόπλευρα τρίγωνα ή 2 ισοσκελή τραπέζια ή 4 ορθογώνια τραπέζια με εναλλάξ χρώματα, στο κανονικό οκτάγωνο διαστάσεων 80εκ, 100εκ, 120εκ, που μπορεί να αποτελείται στο ρομβοειδές. *iii) Ο σχεδιασμός της διερεύνησης*: βασίσθηκε στην αξιοποίηση των ευρημάτων των μαθητών και ακολούθησε τις φάσεις που περιγράφονται στην ανάλυση.

Ανάλυση

Με βάση το διάγραμμα 2, αρχικά αναλύονται οι επιλογές των εκπαιδευτικών για τις διαδοχικές φάσεις εγκατάστασης και εφαρμογής στις τάξεις τους, ενώ στη συνέχεια αποτιμώνται τα σημεία τα οποία φαίνεται να συνεισφέρουν συνολικά στη βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών.



Α) Εγκατάσταση και εφαρμογή: Η αρχική ιδέα υπέστη αρκετές τροποποιήσεις πριν και μετά από κάθε εφαρμογή στην σχολική τάξη. Στην υποενότητα αυτή αναλύονται οι εναλλασσόμενες φάσεις σχεδιασμού και εφαρμογών (διάγρ.2), ώστε να καταστεί εμφανής η σημασία της αλληλεπίδρασης των εκπαιδευτικών στην εξέλιξη του σχεδιασμού.

Α1) Αρχική εγκατάσταση του σχεδιασμού στη σχολική τάξη (εκπαιδευτικοί Α και Β): Ένα πολύ σημαντικό ζήτημα ήταν η αποτύπωση της αρχικής ιδέας σε διδακτικά βήματα μέσω του φύλλου εργασίας. Τα υπό διαπραγμάτευση θέματα σε αυτή τη φάση και οι αντίστοιχες αποφάσεις υλοποίησης ήταν: i) Η διατύπωση και το εύρος του πραγματικού προβλήματος (ελαχιστοποίηση κατανάλωσης χαρτιού), καθώς και η δυνατότητα ανάδειξης της κεντρικής μαθηματικής ιδέας (βέλτιστη κάλυψη επιφάνειας μέσω πολυγώνων), σε σχέση με τη στενότητα του διδακτικού χρόνου: Κρίθηκε απαραίτητος ο περιορισμός του προβλήματος σε χαρταετό σχήματος κανονικού εξαγώνου, διαμέτρου 80εκ., με έμφαση σε συγκεκριμένες δομικές μονάδες για τη σύνθεσή του (ισόπλευρα/ισοσκελή τρίγωνα, ισοσκελή/ορθογώνια τραπέζια και ορθογώνια παραλ/μα). ii) Οι προαπαιτούμενες γνώσεις: πυθαγόρειο, κανονικά πολύγωνα (εκπαιδευτικός Α), ιδιότητες παραλληλογράμμων και τραπεζίων (εκπαιδευτικοί A και B) iii) Οι συνδέσεις με το Π.Σ.: ομοιότητα, κλίμακες (εκπαιδευτικός Α), κλίμακες, ιδιότητες παραλληλογράμμων (εκπαιδευτικοί Α και Β). iv) Η ένταξη της τεχνολογίας: Κοινή απόφαση ήταν η χρήση του Geogebra για χειρισμό/σύνθεση των δομικών μονάδων και επαλήθευση των εικασιών που προέκυψαν από τον πειραματισμό με γειραπτικό υλικό και διαδραστικού πίνακα για τις φάσεις ανακοίνωσης των ευρημάτων των ομάδων σε ολομέλεια τάξης. v) Η «ανοιχτότητα» των προς διερεύνηση θεμάτων και ο βαθμός διδακτικής καθοδήγησης: οι πρώτες δραστηριότητες του φύλλου εργασίας είχαν τη μορφή καθοδηγούμενης διερεύνησης, ενώ οι επόμενες σταδιακά εξελίχθηκαν σε ανοιχτή διερεύνηση, με πολλές δυνατές λύσεις, μη προδιαγεγραμμένες. vi) Η αυθεντικότητα της δραστηριότητας: Επιλέχθηκε η ένταξη πραγματικών δεσμεύσεων κατασκευής χαρταετού όπως το πλήθος από κόλλες σε κάθε πακέτο (46 κόλλες ανά πακέτο), καθώς και το 'στρίφωμα' στην πολυγωνική γραμμή που αποτελεί το περίγραμμά του (εικ.1) και η σύνδεση των δομικών μονάδων μεταξύ τους. Η επιλογή αυτή, επέφερε ιδιαίτερη δυσκολία στο σχεδιασμό διότι οι μαθητές θα έπρεπε αφενός να χειρισθούν σύνθετα σχήματα όπως ένα ισόπλευρο τρίγωνο στη μια πλευρά του οποίου υπήρχε ένα ισοσκελές τραπέζιο (στρίφωμα) και αφετέρου να συνενώσουν δομικές μονάδες μεταξύ τους με σκοπό τη σταθερότητα της κατασκευής και την προσομοίωσή της με ένα πραγματικό χαρταετό. Έτσι, κρίθηκαν απαραίτητες οι εξής παραδοχές: το 'στρίφωμα' να γίνεται μόνο στην εξωτερική πλευρά κάθε δομικής μονάδας και οι εσωτερικές συνδέσεις των δομικών μονάδων

να γίνονται μέσω πρόσθετης κολλητικής ταινίας. Στην εικόνα 1, φαίνονται τα είδη χαρταετών/δομικών μονάδων με τα αντίστοιχα 'στριφώματα'.

Α2) Αρχική εφαρμογή του σχεδιασμού στην τάξη (2 ώρες - Γ΄ Γυμνασίου εκπαιδευτικός Α): Το φύλλο εργασίας αρχικά ζητούσε τον υπολογισμό των πραγματικών διαστάσεων ενός εξαγωνικού χαρταετού και όλων των δυνατών δομικών μονάδων του (η κάθε ομάδα ανέλαβε έναν συνδυασμό). Στη συνέχεια, μέσω κλίμακας 1:4 οι μαθητές καλούνταν να υπολογίσουν τις αντίστοιχες διαστάσεις ομοίων σχημάτων, να τα κατασκευάσουν και να τα τοποθετήσουν σε πλαίσιο όμοιο με τις πραγματικές κόλλες του εμπορίου, ώστε να μένει κενός ο μεγαλύτερος δυνατός χώρος. Τέλος, ζητήθηκε η τοποθέτηση στον κενό χώρο δομικών μονάδων από χαρταετό άλλης ομάδας. Ωστόσο, η δραστηριότητα αυτή δεν έγινε από καμία ομάδα. Ο υπολογισμός των διαστάσεων των δομικών μονάδων και η κατασκευή τους απαίτησε πολύ περισσότερο χρόνο από τον προσδοκώμενο, με αποτέλεσμα τη μη ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων και την ανάγκη συνέχισής τους σε επόμενο μάθημα. Επίσης, προέκυψαν προβλήματα στη χρήση του λογισμικού, καθώς δεν υπήρχε δυνατότητα μετακίνησης - περιστροφής των δομικών μονάδων με όλους τους δυνατούς τρόπους, με αποτέλεσμα τα ευρήματα που προέκυπταν με τα χειραπτικά υλικά να μην μπορούν να επαληθευθούν με το λογισμικό. Αξιοσημείωτη ήταν η περίπτωση της ομάδας 4 (εικ.1, σχήμα δ), που δημιούργησε τα παραλ/μα με διαφορετικό

Εικόνα 1 (σγήματα α. β. γ. δ. ε. στ αντίστοιγα)

τρόπο από αυτόν που οι εκπαιδευτικοί Α και Β είχαν προβλέψει (εικ.2), διότι όπως είπαν η μορφή της εικόνας 1δ «μας φαίνεται για τετράγωνο». Οι δομικές αυτές μονάδες, αποδείχθηκαν ιδιαίτερα ευέλικτες στη διερεύνηση και

Εικόνα 2 αποδείχθηκαν ιδιαίτερα ευέλικτες στη διερεύνηση αξιοποιήθηκαν στον σχεδιασμό του εκπαιδευτικού Β.

Στη συζήτηση αναστοχασμού, επισημάνθηκε η μη ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων και η ανάγκη κλεισίματος του κύκλου σύνδεσης με τη βιοτεχνία χαρταετών. Συζητήθηκε επίσης η σημασία της παρακάτω αλληλουχίας: με αφετηρία τον χώρο εργασίας να αναδεικνύονται οι μαθηματικές έννοιες και ιδιότητες, οι οποίες μέσα από τη διαδικασία διερεύνησης να γίνονται αντικείμενα χειρισμού από τους μαθητές, για να επιστρέψουν τελικά στον χώρο εργασίας και να δώσουν μια συνολική απάντηση, όπως θα έκανε ο αντίστοιχος επαγγελματίας.

A3) Προσαρμογή αρχικού σχεδιασμού (εκπαιδευτικός B): Κατά την παρατήρηση (του εκπαιδευτικού B) της εφαρμογής από τον εκπαιδευτικό A,

αναδείχθηκε η ανάγκη ύπαρξης αρκετού χρόνου για τις κατασκευές αλλά και η βελτίωση του αρχείου λογισμικού, κατά συνέπεια υπήρξαν βελτιώσεις στον σχεδιασμό του εκπαιδευτικού Β πριν την εφαρμογή. Συγκεκριμένα: i) Αποφασίστηκε να δοθεί στους μαθητές έτοιμο «πατρόν» με το κανονικό εξάγωνο και το «στρίφωμα» (αφού πρώτα θα δοκίμαζαν να κατασκευάσουν κανονικό εξάγωνο γνωρίζοντας την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου, συνεπώς την πλευρά του εξαγώνου) και θα καλούνταν να σχηματίσουν τις δομικές μονάδες (η κάθε ομάδα την περίπτωση που της έχει ανατεθεί), να τις κόψουν και στη συνέχεια να πειραματιστούν με τις διαφορετικές διατάξεις των δομικών μονάδων, αλλά και με δομικές μονάδες άλλων ομάδων με σκοπό την κατασκευή ενός ολόκληρου χαρταετού με χρήση όσο το δυνατόν λιγότερης επιφάνειας χαρτιού. ii) Υπήρξε βελτίωση στο αρχείο λογισμικών μονάδων τόσο ως προς σημείο όσο και ως προς άξονα.

Α4) Εφαρμογή νέου σχεδιασμού (2 ώρες – Α΄ Γυμνασίου - εκπαιδευτικός Β): Κατά την παρατήρηση (του εκπαιδευτικού Α) της εφαρμογής από τον εκπαιδευτικό Β προέκυψε η έννοια του ΕΚΠ κατά την διάρκεια ανταλλαγής δομικών μονάδων ανάμεσα στις ομάδες με σκοπό την κατασκευή ενός ολόκληρου χαρταετού. Ενδεικτικό παράδειγμα συνεργασίας ομάδων και ανταλλαγής δομικών μονάδων είναι το εξής: η ομάδα 6 που έχει ως δομικές μονάδες τα 6 ισόπλευρα διαπιστώνει ότι μπορεί να κατασκευάσει σε 1 κόλλα χαρτί 5 ισόπλευρα και η ομάδα 3 που έχει ως δομικές μονάδες τους 3 ρόμβους διαπιστώνει ότι μπορεί να κατασκευάσει σε 1 κόλλα χαρτί 2 ρόμβους. Αποφασίζουν να χρησιμοποιήσουν από κοινού μία κόλλα χαρτί 2



Εικόνα 3

ισόπλευρα (εικ.3). Συνεπώς, με 3 κόλλες χαρτιού μπορούν να κατασκευάσουν 6 ισόπλευρα (ένα χαρταετό) και 6 ρόμβους (2 χαρταετούς), άρα συνολικά 3 χαρταετούς. Εφόσον χρειάζονταν πλήθος ισοπλεύρων τριγώνων που να είναι πολλαπλάσιο του 6 και πλήθος ρόμβων που να είναι πολλαπλάσιο του 3 και το κάθε πακέτο περιέχει 46 κόλλες κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι πρέπει να αναζητήσουν το ΕΚΠ(3,6,46)=138. Άρα χρησιμοποιώντας 138 χαρτιά (3 πακέτα με κόλλες) κατασκευάζουν 138 χαρταετούς, εκ των οποίων 138:3=46 με ισόπλευρα και οι διπλάσιοι (46x2=92) με ρόμβους. Στο τέλος του μαθήματος έγινε η σύνδεση με το χώρο εργασίας μέσα από την αξιολόγηση των προτάσεων της κάθε ομάδας

για την πλέον συμφέρουσα ιδέα κατασκευής.

Στη συζήτηση αναστοχασμού που ακολούθησε, αναδείχθηκε η σημασία της χρήσης έτοιμου υλικού (πατρόν) που έδωσε ο εκπαιδευτικός Β, παρέχοντας χρόνο στις ομάδες για περαιτέρω διερεύνηση της κατασκευής με ανταλλαγή δομικών μονάδων ανάμεσά τους.

Α5) Επανασχεδιασμός (εκπαιδευτικός Α): Με βάση τον αναστοχασμό που περιγράφηκε, αποφασίστηκε στο επόμενο μάθημα της εκπαιδευτικού Α, να δοθούν σε κάθε ομάδα έτοιμα πατρόν όλων των δομικών μονάδων (και των υπολοίπων ομάδων και της κόλλας) και η εστίαση να γίνει στην επικοινωνία των ομάδων μέσω ανταλλαγής δομικών μονάδων.

Α6) Εφαρμογή (1 ώρα - Γ΄ Γυμνασίου - εκπαιδευτικός Α): Το μάθημα επικεντρώθηκε στην ανταλλαγή δομικών μονάδων μεταξύ των ομάδων. Με



Εικόνα 4

βάση το συμπέρασμα στο οποίο η κάθε ομάδα είχε καταλήξει στο πρώτο δίωρο, έπρεπε να αποφασίσει να συνεργαστεί με μία ή περισσότερες ομάδες, ώστε να εκμεταλλευτεί με βέλτιστο τρόπο την ελεύθερη επιφάνεια χαρτιού που είχε απομείνει. Ενδιαφέρουσα είναι η περίπτωση της ομάδας 1 (2 ισοσκελή τραπέζια), η οποία δανείσθηκε δομικές μονάδες από την ομάδα 6 (με τα 6 ισόπλευρα)

και την ομάδα 4 (2 ισοσκελή και 2 ορθογώνια παραλ/μα). Η ομάδα αυτή (εικ.4), κατασκεύασε με 4 κόλλες χαρτί, 4 χαρταετούς τριών διαφορετικών ειδών (δυο με τραπέζια, έναν με ισόπλευρα και έναν με 2 ισοσκελή και 2 ορθ. παραλ/μα). Η έννοια του Ε.Κ.Π. προέκυψε και εδώ, μέσα από την ανάγκη η κατασκευή αυτή να υλοποιηθεί με τετράδες από κόλλες. Η ύπαρξη 46 χαρτιών σε κάθε πακέτο, οδήγησε στο συμπέρασμα ότι απαιτούνται 2x46=92 κόλλες και κατασκευάζονται 92 χαρταετοί τριών διαφορετικών δομικών μονάδων (46 με τραπέζια και από 23 από τις άλλες δυο ομάδες).

Στη συζήτηση ανατροφοδότησης, αναδείχθηκε ο πλουραλισμός των προτάσεων των ομάδων, ο οποίος προέκυψε ως απόρροια της δυνατότητας συνδυασμού των δομικών μονάδων, τις οποίες είχε στη διάθεσή της η κάθε ομάδα. Η παρατήρηση του μαθήματος του εκπαιδευτικού Β, καθόρισε τον επανασχεδιασμό της εκπαιδευτικού Α προς την κατεύθυνση αυτή.

Β) Συνεισφορά της διαδικασίας αυτής στη βελτίωση της διδασκαλίας:

Υπάρχουν δύο επίπεδα αλλαγών στο σχεδιασμό των εκπαιδευτικών ανάμεσα στις εφαρμογές. Το πρώτο σχετίζεται με αλλαγές που στόχευαν στο να γίνει η διδασκαλία περισσότερο λειτουργική σε επίπεδο διδακτικής διαχείρισης και εκπορεύτηκαν από το τι είχε φανεί να λειτουργεί στην διδασκαλία που παρατήρησαν και τι όχι και πώς αυτό αποτιμήθηκε στον αναστοχασμό που ακολούθησε. Ο εκπαίδευτικός Β, για παράδειγμα, μέσω της παρατήρησης της 1^{ης} διδασκαλίας της εκπαιδευτικού Α αποφάσισε να μοιράσει τα πατρόν που αντιστοιχούν σε κάθε ομάδα και να παρακάμψει τις μετρήσεις αφενός επειδή απευθυνόταν σε μαθητές μικρότερης τάξης και αφετέρου επειδή παρατήρησε ότι η διαδικασία αυτή ήταν αρκετά χρονοβόρα και επιπλέον στερούσε στον εκπαιδευτικό τη δυνατότητα να επιστρέψει στο αρχικό πρόβλημα (χώρο εργασίας). Στην αποτίμηση της 1^{ης} διδασκαλίας της εκπαιδευτικού Α, το σημείο αυτό συζητήθηκε αναφορικά με την δυσκολία του εκπαιδευτικού να εξασφαλίζει διδακτικό χρόνο απαραίτητο για την πραγματοποίηση διερεύνησης από την πλευρά των μαθητών. Έτσι, στην διδασκαλία του εκπαιδευτικού Β, που πραγματοποιήθηκε μετά την αναστοχαστική συνάντηση, οι αλλαγές που ενσωμάτωσε δεν αφορούσαν μόνο το παραπάνω (πρώτο) επίπεδο αλλαγών αλλά εμπλουτίστηκαν και από μία νέα κατηγορία: την διενέργεια αλλαγών με στόχο την εξασφάλιση χρόνου διερεύνησης και επιστροφής στον χώρο εργασίας. Πράγματι, η ανάλυση της διδασκαλίας του εκπαιδευτικού Β, έδειξε ότι η συγκεκριμένη αλλαγή βοήθησε τους μαθητές να εμβαθύνουν στην διερεύνηση του προβλήματος και οδήγησε στην ανάδειξη της έννοιας του ΕΚΠ που προέκυψε κατά την διάρκεια ανταλλαγής δομικών μονάδων ανάμεσα στις ομάδες. Στην αποτίμηση που ακολούθησε, ο εκπαιδευτικός Β ανέφερε το παράδειγμα αυτό ως απόρροια της παρακολούθησης που προηγήθηκε. Στο επίπεδο της διερεύνησης της βελτίωσης της διδασκαλίας το σημείο αυτό διευρύνθηκε και συζητήθηκε στην ομάδα των εκπαιδευτικών ως παράδειγμα του πώς η διαδικασία ετερο-παρατήρησης μπορεί να προσφέρει ένα πλαίσιο ενίσχυσης της διερεύνησης στην τάξη.

Συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία μελέτησε τη διαδικασία συνεργατικού σχεδιασμού και εφαρμογής διερευνητικών δραστηριοτήτων που υποστηρίζουν τη χρήση μαθηματικών εννοιών για την επίλυση προβλημάτων που συνδέονται με τον χώρο εργασίας. Η διερεύνηση αυτής της διαδικασίας ανέδειξε τη σημασία εζασφάλισης περισσότερου διδακτικού χρόνου για διερεύνηση. Σύμφωνα με την ανάλυση των δεδομένων, οι διαδοχικές προσαρμογές του σχεδιασμού, υποδηλώνουν δυο σημαντικές πτυχές βελτίωσης της διδασκαλίας: Η πρώτη αφορά σε λειτουργικά στοιχεία του σχεδιασμού, που ευνοούν την υλοποίηση συγκεκριμένων διδακτικών στόχων, δηλαδή την εστίαση σε συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες κατά τη διαδικασία διερεύνησης. Η δεύτερη, επιδιώκει τη δυνατότητα επιστροφής στο χώρο εργασίας μετά από τη διαδικασία διερεύνησης και φέρνει στην επιφάνεια τον κρίσιμο ρόλο του πλαισίου σε δραστηριότητες που στοχεύουν στη σύνδεση των σχολικών μαθηματικών με πραγματικές καταστάσεις. Η επαναφορά στον χώρο εργασίας φάνηκε ότι ενίσχυσε την διερεύνηση καθεαυτή προσφέροντας στους μαθητές ένα πεδίο εφαρμογής των μαθηματικών σε ένα αυθεντικό επαγγελματικό πλαίσιο.

Βιβλιογραφία

- Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 524-549.
- Jaworski, B. (2004). Grappling with complexity: Co-learning in inquiry communities in mathematics teaching development. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. I, pp. 17-32. Bergen, Norway: Bergen University College.
- Jaworski, B. (2007). Developmental research in mathematics teaching and learning. Developing learning communities based on inquiry and design, *Proceedings of 2006 Annual Meeting of Canadian Mathematics Education Study Group*, pp. 3-16, Calgary Canada: University of Calgary.
- Nuffield Foundation. (2013). *Nuffield Practical Work for Learning: Model-based inquiry*, downloaded from www.nuffieldfoundation.org.
- Triantafillou, C., & Potari, D. (2010). Mathematical practices in a technological workplace: The role of tools. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 275–294.
- Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: the interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 271-290.