ΕΜΠΛΟΥΤΙΖΟΝΤΑΣ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΣΩ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΥ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΡΓΑΛΕΙΩΝ

***Ελισάβετ Καλογερία**, ***Χρόνης Κυνηγός**, ****Γιώργος Ψυχάρης**

*Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας, Φιλοσοφική Σχολή, ΕΚΠΑ

**Μαθηματικό Τμήμα, ΕΚΠΑ

*ekaloger@ppp.uoa.gr, *kynigos@ppp.uoa.gr, **g.psycharis@math.uoa.gr

Στην παρούσα έρευνα μελετώνται δεκαεννιά σενάρια, που αναπτύχθηκαν από υποψήφιους επιμορφωτές καθηγητών μαθηματικών κατά τη διάρκεια της κατάρτισής τους, με αντικείμενο την παιδαγωγική αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων στη διδασκαλία των μαθηματικών. Η ανάλυση έδειξε ότι οι υποψήφιοι επιμορφωτές με τη βοήθεια εργαλείων συμβολικής έκφρασης και δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων αποδόμησαν και επαναδόμησαν το επίσημο Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) σχεδιάζοντας δραστηριότητες που συνδέουν έννοιες από διαφορετικές περιοχές των μαθηματικών και διευρύνουν τα αντίστοιχα εννοιολογικά πεδία των μαθητών.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Το άρθρο αυτό πραγματεύεται τη σχέση εκπαιδευτικού και ΠΣ, την οποία επιχειρεί να προσεγγίσει μέσα από τη μελέτη των διδακτικών σχεδιασμών που αναπτύχθηκαν από καταρτιζόμενους επιμορφωτές καθηγητών, στο πλαίσιο της επιμόρφωσής τους σε Πανεπιστημιακά Κέντρα (ΠΑΚΕ) για την παιδαγωγική αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα είχε ως στόχους να εφοδιάσει τους επιλεχθέντες καθηγητές με μεθόδους ενδοϋπηρεσιακής επιμόρφωσης, να τους επιμορφώσει στην παιδαγωγική αξιοποίηση ψηφιακών μέσων και να τους προβληματίσει στη διδακτική του αντικειμένου τους. Βασικό μέσο για την επίτευξη των στόχων αυτών, ήταν ο σχεδιασμός σεναρίων με χρήση μικρόκοσμων. Επιλέξαμε μέσω των σεναρίων να μελετήσουμε τη σχέση του εκπαιδευτικού με το ΠΣ, καθώς η σχέση αυτή έχει μελετηθεί πολύ λιγότερο από άλλες στο χώρο της επιμόρφωσης εκπαιδευτικών (Remillard, 2005).

Το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα χαρακτηρίζεται από ένα κεντρικό ΠΣ, για το οποίο την τελευταία δεκαετία καταβλήθηκαν προσπάθειες να αποκτήσει διαθεματικό χαρακτήρα, κυρίως στο Γυμνάσιο. Αυτό ωστόσο δεν έγινε εφικτό και η διδασκαλία της τεράστιας ύλης εξακολουθεί να γίνεται με γραμμικό τρόπο. Σε κάποιες περιπτώσεις οι μαθηματικές έννοιες εισάγονται μέσα από δραστηριότητες, ωστόσο οι παρεχόμενες αναπαραστάσεις είναι λιγοστές και οι συνδέσεις εντός και εκτός μαθηματικών περιορισμένες. Επίσης, τα εννοιολογικά πεδία (Vergnaud, 1996) όπως δομούνται μέσω της διδασκαλίας είναι κατακερματισμένα και άκαμπτα, καθώς μια μαθηματική έννοια γίνεται κυρίως αντιληπτή στο πλαίσιο του συγκεκριμένου κεφαλαίου του σχολικού βιβλίου στο οποίο διδάσκεται και όχι σε ένα σύνολο χρήσεών της. Σε αυτό το ΠΣ, ο εκπαιδευτικός έχει κυρίως το ρόλο του εφαρμοστή, που ακολουθεί το σχολικό βιβλίο, σε συνδυασμό με το ειδικό έντυπο οδηγιών του ΥΠΕΠΘ. Η χρήση της τεχνολογίας, παρά το γεγονός ότι σε κάποιες ενότητες προτείνεται, τελικά σπάνια εφαρμόζεται και όταν αυτό συμβαίνει, έχει περισσότερο τη μορφή της επίδειξης από τον εκπαιδευτικό.

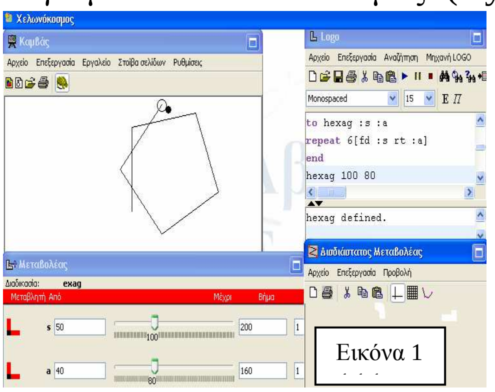
Η ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία, συνεπάγεται νέα είδη μαθησιακών δραστηριοτήτων, που εστιάζουν στη δημιουργία νοημάτων, στις μαθηματικοποιήσεις των μαθητών, στη χρήση αναπαραστάσεων και στην επίλυση προβλήματος (Kynigos et al., 2009). Αυτά τα είδη δραστηριοτήτων απαιτούν την ανάπτυξη νέων ΠΣ και αλλαγή του ρόλου του εκπαιδευτικού, ως επαγγελματία με ενεργό ρόλο στο σχεδιασμό καινοτόμων ΠΣ, εμπλουτισμένων με τη χρήση της τεχνολογίας και αυτός ήταν ένας από τους στόχους του συγκεκριμένου προγράμματος.

Στην παρούσα μελέτη λάβαμε υπόψη τη διάκριση ανάμεσα στο επιδιωκόμενο ΠΣ (αυτό που καθορίζεται από τα επίσημα κείμενα της πολιτείας) και στο ΠΣ που τελικά εφαρμόζεται στην πράξη από τους εκπαιδευτικούς και βιώνεται αντίστοιχα από τους μαθητές (Gehrke et al., 1992). Η διάκριση αυτή αναγνωρίζει το σημαντικό ρόλο του εκπαιδευτικού ως διαμεσολαβητή ανάμεσα σε αυτό που προγραμματίζεται και σε αυτό που τελικά λαμβάνει χώρα στην πράξη. Σημαντικοί παράγοντες που επηρεάζουν τη διαμεσολάβηση του εκπαιδευτικού, είναι οι γνώσεις, οι πεποιθήσεις και οι εμπειρίες του. Αυτή η διαμεσολαβητική φάση έχει ιδιαίτερη σημασία, καθώς δεν είναι η ίδια η πράξη, αλλά συνδέεται άμεσα με αυτήν. Σύμφωνα με την Carlgren (1999), ο εκπαιδευτικός δεν πρέπει να θεωρείται αναστοχαζόμενος επαγγελματίας μόνο για τις εντός τάξης δραστηριότητές του, αλλά και για δραστηριότητες έξω από αυτήν. Προτείνει λοιπόν την ανάπτυξη «τοπικών» προγραμμάτων από τους εκπαιδευτικούς, ως μια αναστοχαστική διαδικασία που ενσωματώνει γνώσεις, πεποιθήσεις και εμπειρίες από την τάξη. Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα δόθηκε έμφαση στην εμπλοκή των εκπαιδευτικών με τον σχεδιασμό σεναρίων, με στόχο την επινόηση διερευνητικών δραστηριοτήτων, που περιέχουν την παραγωγική χρήση ψηφιακών εργαλείων από τους μαθητές. Τα τελευταία χρόνια, το Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας σε συνεργασία με άλλους ερευνητές, ανέπτυξε την ιδέα του σεναρίου για να περιγράψει με λεπτομέρειες ένα σχέδιο δραστηριοτήτων, καταγράφοντας παράλληλα όλα εκείνα τα στοιχεία ενός περιβάλλοντος βασισμένου στη χρήση ψηφιακών εργαλείων που θεωρούνται σημαντικά για τη μαθησιακή διαδικασία. Η δομή καταγραφής αυτών των στοιχείων περιλαμβάνει τη γνωστική περιοχή, την καινοτομία/ προστιθέμενη αξία από τη χρήση της τεχνολογίας, το θεωρητικό πλαίσιο, τις εμπλεκόμενες έννοιες και τα προβλήματα των μαθητών με αυτές, χωροχρονικές παραμέτρους, στόχους, κοινωνική ενορχήστρωση τάξης, φάσεις υλοποίησης, αξιολόγηση μετά την εφαρμογή, πιθανές επεκτάσεις και βιβλιογραφικές αναφορές. Συνεπώς, το σενάριο αποτελεί έναυσμα για τον εκπαιδευτικό, ώστε να αναστοχαστεί πάνω στο σύνολο της διδακτικής διαδικασίας. Παράλληλα, ο εκπαιδευτικός που θα θελήσει να υλοποιήσει στην τάξη ένα σενάριο είτε δικό του, είτε άλλου συναδέλφου του, μπορεί να το τροποποιήσει ανάλογα με τις πεποιθήσεις του και τις συνθήκες της κάθε τάξης. Έτσι, τα σενάρια αποτελούν εύπλαστες, ανεπίσημες μονάδες ΠΣ, με τοπικό χαρακτήρα, που μπορούν να ενδυναμώσουν γνώση, αυτονομία και αναστοχασμό του εκπαιδευτικού, ενώ ταυτόχρονα προσφέρουν ιδέες για τη χρήση ψηφιακών εργαλείων με πρόσθετη παιδαγωγική αξία για τη μάθηση.

Πέντε κατηγορίες λογισμικών αξιοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια του προγράμματος για το σχεδιασμό δραστηριοτήτων: Δυναμικής Γεωμετρίας, Αλγεβρικών Συστημάτων, Προγραμματισμού, Χειρισμού Δεδομένων και Προσομοιώσεων. Για το καθένα οι επιμορφούμενοι ανέπτυξαν από ένα σενάριο. Κεντρικό δόμημα για την ανάπτυξη των σεναρίων ήταν ένας μικρόκοσμος, σχεδιασμένος με το αντίστοιχο λογισμικό. Σε όλη τη διάρκεια του προγράμματος, οι επιμορφούμενοι εξοικειώθηκαν με τη χρήση «*μισοψημένων μικρόκοσμων*» (εικ.1), δηλαδή μοντέλων που είναι σχεδιασμένα σκόπιμα με ημιτελή μορφή, με τρόπο που να φαίνεται στους μαθητές, οι οποίοι καλούνται να μελετήσουν τη λειτουργία τους και να βρουν αυτό που τους λείπει, ώστε να διορθωθούν. Ο σχεδιασμός τους γίνεται με κατάλληλο τρόπο, ώστε η όλη διαδικασία να βοηθήσει τους μαθητές να κατασκευάσουν νοήματα για τις μαθηματικές έννοιες που ενσωματώνονται και τελικά να τα εκφράσουν χρησιμοποιώντας τα για να διορθώσουν το μικρόκοσμο. Η ιδέα των μισοψημένων μικρόκοσμων εφαρμόσθηκε σε δυο επίπεδα (Kynigos, 2007): Στο επίπεδο του εκπαιδευτικού ως σχεδιαστή, με στόχο οι επιμορφούμενοι επιμορφωτές να χτίσουν πάνω σε αυτούς, να τους αλλάξουν ή να αποσυνθέσουν μέρη τους ώστε να κάνουν μαθηματικά για τους εαυτούς τους και στο επίπεδο του μαθητή με στόχο οι επιμορφούμενοι επιμορφωτές να σκεφτούν μισοψημένους μικρόκοσμους για τους μαθητές τους και να τους διαμορφώσουν έτσι ώστε να μπορούν να εφαρμοσθούν στα σενάριά τους. Η πιο ενδιαφέρουσα απόφαση για το σχεδιασμό ενός μισοψημένου μικρόκοσμου είναι ποια μαθηματικά θα ενσωματωθούν σε αυτόν και ποια όχι, ώστε να δοθεί στους μαθητές η ευκαιρία διερεύνησης - προσαρμογής του προτεινόμενου μοντέλου. Οι αποφάσεις αυτές ποικίλουν ανάλογα με την επιστημολογία και τις συνθήκες τάξης του κάθε εκπαιδευτικού, γι' αυτό οι μισοψημένοι μικρόκοσμοι αποτελούν αντικείμενα προς βελτίωση.

ΤΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Τα σενάρια που αναλύονται στο παρόν άρθρο αναπτύσσονται με αξιοποίηση του λογισμικού Χελωνόκοσμος (Kynigos, 2004). Στο Χελωνόκοσμοτα στοιχεία μιας γεωμετρικής κατασκευής μπορούν να εκφρασθούν μέσω μιας διαδικασίας Logo. Αφού ορισθεί μια διαδικασία με μεταβλητές και εκτελεσθεί για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών, ενεργοποιείται ένα ειδικά σχεδιασμένο εργαλείο (*μεταβολέας*) που παρέχει έναν ολισθητή για κάθε μεταβλητή (βλ. στο κάτω μέρος της Εικ. 1). Το σύρσιμο ενός ολισθητή με το ποντίκι οδηγεί στην



Εικόνα 1

αλλαγή των αριθμητικών τιμών της αντίστοιχης μεταβλητής. Το αποτέλεσμα των αλλαγών αυτών εμφανίζεται στη γραφική αναπαράσταση της γεωμετρικής κατασκευής μέσα από τη δυναμική αύξηση-ελάττωση του μεγέθους που αναπαριστά η συγκεκριμένη μεταβλητή.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΑΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Τα δεκαεννιά σενάρια που μελετώνται στο άρθρο αυτό, είναι ατομικές υποχρεωτικές εργασίες που αναπτύχθηκαν από αντίστοιχους καταρτιζόμενους επιμορφωτές δύο διαφορετικών χρονικά κύκλων των ΠΑΚΕ Αθήνας, στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης της κατάρτισής τους. Οι εκπαιδευτικοί αυτοί έχουν διαφορετικά προφίλ σε σχέση με τη διδακτική και τεχνολογική εμπειρία τους αλλά και τα τυπικά τους προσόντα (7 από τους 19 ήταν αυξημένων τυπικών προσόντων: τέσσερις κάτοχοι μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών και τρεις διδακτορικού). Η παρούσα έρευνα παρέμβασης (Cobb et al., 2003) αποτελεί μέρος ευρύτερης, που αφορά τον εκπαιδευτικό σχεδιασμό σε διαφορετικά εκπαιδευτικά πλαίσια. Θελήσαμε να προσδιορίσουμε: α) Τα βασικά χαρακτηριστικά του διδακτικού σχεδιασμού (έννοιες, καταστάσεις/πλαίσια των δραστηριοτήτων, συνδέσεις εντός/εκτός μαθηματικών, χρήση αναπαραστάσεων) και τη σχέση τους με τα χαρακτηριστικά του επίσημου ΠΣ β) Τον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί ενσωμάτωσαν τα διαθέσιμα εργαλεία και ιδιαίτερα τον δυναμικό χειρισμό, για τον σχεδιασμό των δραστηριοτήτων και κατά πόσο αυτή η ενσωμάτωση διεύρυνε τους τρόπους αξιοποίησης του ΠΣ. Τα σενάρια αναλύθηκαν από δύο ερευνητές. Το περιεχόμενό τους οργανώθηκε σε πίνακες, κάθε γραμμή των οποίων αντιστοιχούσε σε ένα σενάριο και κάθε στήλη στα χαρακτηριστικά των σεναρίων που αναφέραμε πριν. Τα σενάρια κατηγοριοποιήθηκαν ανά θεματική περιοχή και για την κάθε μια σχεδιάσθηκε μέσω διαγραμμάτων η αλληλουχία των εμπλεκόμενων εννοιών, ώστε να φανούν οι συνδέσεις μεταξύ τους. Δημιουργήθηκαν νέοι πίνακες σε σχέση με τη χρήση της τεχνολογίας και κάποιες από τις παραμέτρους που μελετήθηκαν ήταν τα εργαλεία του λογισμικού που χρησιμοποίησαν οι εκπαιδευτικοί για τον σχεδιασμό των μικρόκοσμών τους και η συνεισφορά αυτών των εργαλείων στην εμπλοκή των μαθητών με τις μαθηματικές έννοιες που εμπεριέχονταν στους μικρόκοσμους αυτούς.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Α. Περιοχές, ενότητες και μαθηματικές έννοιες

Η Γεωμετρία σχεδόν μονοπώλησε το ενδιαφέρον των εκπαιδευτικών, καθώς δεκαοκτώ από τα δεκαεννιά σενάρια την είχαν ως αφετηρία των δραστηριοτήτων τους και μόνο ένα είχε την Τριγωνομετρία. Έξι από τα σενάρια συνέδεσαν Γεωμετρία με Τριγωνομετρία, τρία Γεωμετρία με Άλγεβρα και ένα (επίπεδη) Γεωμετρία με τη Στερεομετρία, ενώ οκτώ σενάρια αναπτύχθηκαν γύρω από μια έννοια της Γεωμετρίας, χωρίς συνδέσεις εντός μαθηματικών. Συνδέσεις με άλλα διδακτικά αντικείμενα δεν προσδιορίσθηκαν. Σε σχέση με τις καταστάσεις και τα πλαίσια πάνω στα οποία οι εκπαιδευτικοί έχτισαν τα σενάριά τους, τέσσερα σενάρια είχαν ως πλαίσιο την Τέχνη, οκτώ βασίσθηκαν σε συγκεκριμένες καταστάσεις της καθημερινής ζωής (κατασκευή σπιτιών, κοσμημάτων, αητών, ιστιοφόρων, τροχού λούνα-παρκ, οικοπέδων, σκαλιών), ενώ επτά σενάρια κινήθηκαν αποκλειστικά στον κόσμο των μαθηματικών. Τα σενάρια αναπτύχθηκαν γύρω από έξι ενότητες: κανονικά πολύγωνα (6), τρίγωνα (6), τετράπλευρα (4), κλίση ευθείας (1), ομοιότητα (1) και εμβαδά (1).

Ένα αξιοσημείωτο εύρημα που προέκυψε από τη μελέτη των σεναρίων αυτών είναι ότι οι εκπαιδευτικοί ακολούθησαν διαφορετικές διαδρομές για την προσέγγιση της ίδιας ενότητας, όχι μόνο σε σχέση με τις προς μάθηση έννοιες, αλλά και ως προς τα τεχνολογικά εργαλεία που χρησιμοποίησαν. Η ίδια μαθηματική έννοια μπορούσε να περιλαμβάνεται σε διαφορετικές ενότητες, μέσω αξιοποίησης διαφορετικών ιδιοτήτων της. Για παράδειγμα, το ισόπλευρο τρίγωνο εμφανίσθηκε: α) στην ενότητα των κανονικών πολυγώνων, ως το κανονικό πολύγωνο με το μικρότερο αριθμό πλευρών όσο *και* ως δομικό υλικό για την κατασκευή κανονικού εξαγώνου, β) στην ενότητα των τριγώνων ως ειδική περίπτωση γ) στην ενότητα των εμβαδών, ως μονάδα πλήρωσης επιφανειών και δ) στην περιοχή της Άλγεβρας ως μονάδα κατασκευής του τριγώνου Pascal.

Β. Αναμενόμενη μαθησιακή διαδικασία και χρήση των εργαλείων

Η πολυμορφία των διδακτικών σχεδιασμών για την ίδια ενότητα και οι διαφορές στην αξιοποίηση των διαθέσιμων εργαλείων του λογισμικού φαίνονται μέσα από τρία αντιπροσωπευτικά παραδείγματα σεναρίων (Σ12, Σ13, Σ17) που ασχολούνται με τα κανονικά πολύγωνα και αναπτύχθηκαν από εκπαιδευτικούς μη αυξημένων τυπικών προσόντων. Στο ελληνικό ΠΣ, η ενότητα προσεγγίζεται αρχικά μέσω του ορισμού των κανονικών πολυγώνων, στη συνέχεια με κατασκευή κανονικού ν-γώνου και τέλος με απόδειξη της ορθότητας της κατασκευής αυτής. Για την περιγραφή των συγκεκριμένων σεναρίων, εστιάζουμε σε δυο παραμέτρους: στην αναμενόμενη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία ανά φάση ανάπτυξης του σεναρίου και στην αναμενόμενη χρήση των εργαλείων.

Σ12) «Ας κατασκευάσουμε κανονικά πολύγωνα»: <u>1η φάση</u>: Στους μαθητές δίνονται τρεις μισοψημένοι μικρόκοσμοι, που κατασκευάζουν ανοιχτές τεθλασμένες γραμμές τριών, τεσσάρων και έξι ίσων πλευρών αντίστοιχα (εικ.1: τεθλασμένη 6 πλευρών). Οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες και αναμένεται να τροποποιήσουν τον κώδικα ώστε οι τεθλασμένες να κλείσουν και να σχηματίσουν ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο και κανονικό εξάγωνο αντίστοιχα. Αναμένεται να *αντιστοιχίσουν* τους ολισθητές του μεταβολέα στις μεταβλητές του κώδικα, σύροντας στην αρχή τυχαία και παρατηρώντας το γραφικό αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Ακολούθως, αναμένεται να *αναγνωρίσουν* ότι ο ολισθητής που επηρεάζει το κλείσιμο της γραμμής αντιστοιχεί στη γωνία στροφής της χελώνας, ενώ ο ολισθητής πλευράς απλώς αυξομειώνει το μέγεθός της. Έτσι, αναμένεται να *σταθεροποιήσουν* τον ολισθητή πλευράς σε μια τιμή και μέσω του συρσίματος να *πειραματισθούν* με τον ολισθητή γωνίας, μέχρις ότου *ανακαλύψουν* ότι το κανονικό πολύγωνο σχηματίζεται όταν η γωνία στροφής γίνει 120^o, 90^o, 60^o αντίστοιχα. Τότε, αναμένεται να *συσχετίσουν* τη στροφή της χελώνας με την εξωτερική γωνία του κανονικού πολυγώνου και να *εικάσουν* τη σχέση της με το πλήθος των πλευρών. Ακολούθως, αναμένεται από τους μαθητές να *τροποποιήσουν* των κώδικα, αφαιρώντας τη μεταβλητή που αντιστοιχεί στη στροφή και αντικαθιστώντας την με 360/3, 360/4, 360/6 αντίστοιχα. Τέλος, οι μαθητές μπορούν να *ελέγξουν* την ορθότητα των τροποποιήσεών τους, μέσω εκτέλεσής του κώδικα και παρατήρησης των γραφικών αποτελεσμάτων. 2η φάση: Οι μαθητές καλούνται να τροποποιήσουν τον δοσμένο μισοψημένο μικρόκοσμο “γραμμή”, που κατασκευάζει μια ανοιχτή τεθλασμένη με n ίσες πλευρές μήκους :b. Αναμένεται να *αντιστοιχίσουν* τους ολισθητές του μεταβολέα με τις μεταβλητές του κώδικα, να *διαπιστώσουν* ότι ο ολισθητής που δεν επηρεάζει το κλείσιμο της γραμμής είναι αυτός του μήκους πλευράς b και να τον σταθεροποιήσου σε μια σταθερή τιμή. Μετακινώντας τον ολισθητή c της εξωτερικής γωνίας αναμένεται να *ανακαλύψουν* ότι για κάθε τιμή του n η τεθλασμένη μπορεί να κλείσει (κανονικό πολύγωνο με εξωτερική γωνία :c) και μετακινώντας τον ολισθητή :n του πλήθους πλευρών, να *ανακαλύψουν* την τιμή της γωνίας που κλείνει τη γραμμή (την εξωτερική γωνία κανονικού πολυγώνου n πλευρών). Αναμένεται να *εικάσουν* ότι η εξωτερική γωνία κανονικού πολυγώνου n πλευρών ισούται με 360/:n, να αφαιρέσουν τη μεταβλητή :c από τον κώδικα και να *γενικεύσουν*, αντικαθιστώντας την με 360/:n. *Ελέγχουν* και *επιβεβαιώνουν* την εικασία τους, εκτελώντας τον κώδικα και παρατηρώντας την κίνηση της χελώνας. 3η φάση: Το σενάριο συνεχίζεται σε κύκλο και σε περιγεγραμμένο σε δοσμένο κανονικό πολύγωνο κύκλο.

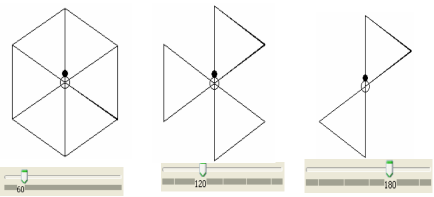
```
για γραμμή :n :b :c
επανάλαβε :n [μ :b δ :c]
τέλος
```

Σ13) «Η ρόδα του Λούνα-Παρκ: 1η φάση: Οι μαθητές καλούνται να τροποποιήσουν τον δοσμένο μισοψημένο μικρόκοσμο “σχήμα”, που κατασκευάζει μια ανοιχτή τεθλασμένη με 3 ίσες πλευρές μήκους :a, ώστε να προκύψει ισόπλευρο τρίγωνο. Αναμένεται να *αντιστοιχίσουν* τους ολισθητές στις μεταβλητές, να *διαπιστώσουν* ότι αυτός που δεν επηρεάζει το κλείσιμο της γραμμής είναι αυτός του μήκους :a και να τον σταθεροποιήσουν σε μια τιμή. Σύροντας τους ολισθητές των γωνιών :b and :c, αναμένεται να *ανακαλύψουν* πότε κλείνει η γραμμή (:b=:c=120^o) και να *εικάσουν* ότι «κάθε τρίγωνο με ίσες πλευρές έχει και ίσες γωνίες». Επίσης, αναμένεται να *αναγνωρίσουν* ότι ο ολισθητής :d αντιστοιχεί στον προσανατολισμό της χελώνας αφού το τρίγωνο κλείσει και τέλος, να *τροποποιήσουν* τον κώδικα μειώνοντας τις μεταβλητές σε δυο (μήκος πλευράς και προσανατολισμός χελώνας μετά την κατασκευή του ισοπλεύρου) χρησιμοποιώντας την εντολή επανάλαβε 3 [μ :a δ 120]. Ο νέος κώδικας ονομάζεται “τρίγωνο”. 2η φάση: Στην τάξη

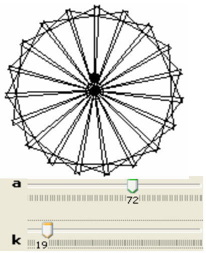
```
για σχήμα :a :b :c :d
μ :a δ :b μ :a δ :c μ :a δ :d
τέλος
```

προγραμματίζεται συζήτηση για τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να προκύψει ένα κανονικό εξάγωνο με τη βοήθεια του ισοπλεύρου τριγώνου και οι μαθητές αναμένεται να κατασκευάσουν μικρόκοσμο από ένα ισόπλευρο τρίγωνο που

```
για εξάγωνο :a :b
επανάλαβε 6 [τρίγωνο :a δ :b]
τέλος
```



επαναλαμβάνεται 6 φορές διαδοχικά, με κοινή κορυφή, με κατάλληλη στροφή. Οι μαθητές αναμένεται να κατασκευάσουν τον κώδικα «εξάγωνο», στον οποίο πρέπει να προσδιορίσουν τη γωνία :b που στρίβει η χελώνα μετά από κάθε κατασκευή ισοπλεύρου, ώστε να δημιουργηθεί κανονικό εξάγωνο. Οι μαθητές αναμένεται αρχικά να *σταθεροποιήσουν* τον ολισθητή μήκους πλευράς :a σε μια τιμή, να *πειραματισθούν* με τον ολισθητή :b και να *διαπιστώσουν* ότι το εξάγωνο προκύπτει μετά από στροφή του ισοπλεύρου κατά 60^{o}. Εδώ, εμπεριέχεται η έννοια της *περιστροφικής συμμετρίας*. Στα στιγμιότυπα που βλέπουμε παραπλεύρως, έξι



ισόπλευρα τρίγωνα είναι τοποθετημένα στο επίπεδο μετά από περιστροφή τους κατά γωνίες 60^{o}, 120^{o}, (ανά δυο ταυτίζονται) και 180^{o} (ανά τρία ταυτίζονται) αντίστοιχα. <u>3^{η} φάση</u>: Για την κατασκευή της ρόδας του Λούνα-Παρκ, οι μαθητές αναμένεται να κατασκευάσουν ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς :a, που πρέπει να επαναληφθεί k φορές, αφού περιστραφεί κατά b^{o} κάθε φορά. Για να συμβεί αυτό, οι μαθητές πρέπει πρώτα να *τροποποιήσουν* τον κώδικα «εξάγωνο» (εισαγωγή της μεταβλητής :k για τον αριθμό των επαναλήψεων του ισοπλεύρου) και δημιουργία του νέου κώδικα «ρόδα». Αναμένεται να *πειραματισθούν* με τον ολισθητή :k και να αντικαταστήσουν τη γωνία στροφής :b του κώδικα «εξάγωνο» με τη σχέση 360/:k (παραπάνω βλέπουμε στιγμιότυπο για :a=7, :k=19). Οι μαθητές εδώ *γενικεύουν* και *χρησιμοποιούν* τις κατανοήσεις τους για την κατασκευή μοντέλου της καθημερινής ζωής.

Σ17) Τα Μαθηματικά και ο Χαρταετός: Εδώ οι μαθητές καλούνται να κατασκευάσουν χαρταετό, με δομικό λίθο και πάλι το ισόπλευρο τρίγωνο. Η διαφορά από το Σ13 εντοπίζεται κυρίως στη 2^{η} φάση, όπου ζητούμενο είναι η κατασκευή ισοπλεύρου τριγώνου και του συμμετρικού του με κέντρο μια κορυφή του, καθώς και στην 3^{η} φάση, όπου το κανονικό εξάγωνο αναμένεται να προκύψει μέσα από κατάλληλη περιστροφή του ζεύγους των συμμετρικών ισοπλεύρων της $2^{\eta\varsigma}$ φάσης.

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Μέσα από την παραπάνω ανάλυση προκύπτουν δυο βασικά σημεία για συζήτηση, που ταυτόχρονα απαντούν στα ερευνητικά μας ερωτήματα. Το πρώτο αφορά στη μελέτη των βασικών χαρακτηριστικών του σχεδιασμού και τη σχέση τους με το επίσημο ΠΣ. Είδαμε ότι η έννοια του κανονικού πολυγώνου προσεγγίσθηκε διαφορετικά: α) Το Σ12 την προσέγγισε διαφορικά, μέσω εσωγενούς κίνησης της χελώνας, κινούμενο αποκλειστικά στον κόσμο των μαθηματικών, με έμφαση περισσότερο στην πολυγωνική γραμμή παρά στην πολυγωνική επιφάνεια. Αυτή η προσέγγιση ευνόησε τη συνέχιση του σεναρίου στην έννοια (της περιφέρειας) του κύκλου. b) Τα Σ13 και Σ17 χρησιμοποίησαν ως πλαίσιο καταστάσεις της καθημερινής ζωής και εστίασαν στην πολυγωνική επιφάνεια. Αυτή η προσέγγιση ευνοεί τη σύνδεση με την έννοια του εμβαδού. Το κανονικό πολύγωνο προκύπτει από μετασχηματισμούς του ισοπλεύρου τριγώνου και συγκεκριμένα μέσω περιστροφικής συμμετρίας 6ης τάξης στο Σ13 και 3ης τάξης στο Σ17. Στο ελληνικό ΠΣ, μόνο λίγες διδακτικές ώρες αφιερώνονται στις έννοιες της αξονικής και κεντρικής συμμετρίας (Α΄ Γυμνασίου), ενώ η έννοια της περιστροφικής συμμετρίας δεν διδάσκεται πλέον σε καμία βαθμίδα της εκπαίδευσης, παρά το γεγονός ότι η κεντρική συμμετρία είναι ειδική περίπτωση της περιστροφικής. Υποθέτουμε ότι η αξιοποίηση της περιστροφικής συμμετρίας στο σχεδιασμό των σεναρίων ευνοήθηκε από τις δυνατότητες των διαθέσιμων εργαλείων. Συγκεκριμένα, η χρήση της εντολής ‘επανάλαβε’ σε συνδυασμό με το μεταβολέα, διευκολύνει τη γενίκευση της έννοιας της περιστροφικής συμμετρίας διαφορετικών τάξεων και φαίνεται να προκάλεσε τους εκπαιδευτικούς να υιοθετήσουν μια εναλλακτική διδακτική προσέγγιση σε σχέση με το επίσημο ΠΣ. Το δεύτερο στοιχείο προς συζήτηση αφορά στο ρόλο των εργαλείων. Εδώ διαπιστώθηκε ότι η συντριπτική πλειοψηφία των σεναρίων αναπτύχθηκε γύρω από τη χρήση του μεταβολέα. Λαμβάνοντας υπόψη προηγούμενες έρευνες σχετικά με τη χρήση του μεταβολέα (Psycharis & Kynigos, 2009), διακρίναμε 4 αναμενόμενα σχήματα δυναμικού χειρισμού, το καθένα από τα οποία σχετίζεται με διαφορετικό στάδιο μάθησης των εμπλεκόμενων εννοιών: 1) *Αναγνωριστικό*: Οι μαθητές μετακινούν τυχαία τους ολισθητές, έως ότου τους συσχετίσουν με συγκεκριμένα μεγέθη της γεωμετρικής κατασκευής και αναγνωρίσουν την αλληλεξάρτηση μεταξύ των μεταβλητών. 2) *Συσχετικό – προσανατολισμένο*: Σε ένα πρώτο επίπεδο αφού διακρίνουν ποιοι ολισθητές επηρεάζουν την κατασκευή και ποιοι όχι, οι μαθητές αναμένεται να πειραματισθούν με τα μεταβαλλόμενα μεγέθη για να ολοκληρώσουν την κατασκευή τους. Αν μόνο ένας ολισθητής επηρεάζει την κατασκευή, οι μαθητές προσδιορίζουν την τιμή (ή τις τιμές) για τις οποίες το σχήμα παίρνει την επιθυμητή μορφή. Αν οι ολισθητές που επηρεάζουν την κατασκευή είναι περισσότεροι του ενός, οι μαθητές τους μετακινούν ώστε να βρουν τον συνδυασμό των τιμών που οδηγεί στην κατασκευή. Σε επόμενο επίπεδο, ο δυναμικός χειρισμός προσανατολίζεται στη χρήση ειδικών τεχνικών, όπως αλλαγή της αρχικής και τελικής τιμής της κάθε μεταβλητής ή αλλαγή του βήματος μεταβολής των μεταβλητών. Οι μαθητές αναμένεται να εικάσουν σχέσεις ανάμεσα σε μεταβλητές και να τροποποιήσουν τον κώδικα. 3) *Επιβεβαιωτικό*: Αφού διορθώσουν τον κώδικα, οι μαθητές ελέγχουν την ορθότητα των εικασιών τους, σύροντας τους ολισθητές και αυξομειώνοντας το σχήμα. 4) *Συνθετικό*: Οι μαθητές συνθέτουν ένα νέο σχήμα με τη βοήθεια του αρχικού, χρησιμοποιώντας το μεταβολέα για τον αριθμό των επαναλήψεων. Σε αυτό το στάδιο σηματοδοτείται η ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιήσουν ένα γεωμετρικό σχήμα ως μονάδα για την δημιουργία συνθετότερων σχημάτων.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Η ανάλυση που προηγήθηκε ανέδειξε ότι ο σχεδιασμός σεναρίων βασισμένων στη χρήση μισοψημένων μικρόκοσμων συνιστά μια δραστηριότητα που επιτρέπει στους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν εύπλαστες μονάδες ΠΣ, που λαμβάνουν υπόψη διαφορετικές πτυχές των εμπλεκόμενων μαθηματικών εννοιών, αναδεικνύουν νέες μεταξύ τους συνδέσεις και συμβάλλουν στην εισαγωγή στο επίσημο ΠΣ νέων, διευρυμένων εννοιολογικών πεδίων για τους μαθητές.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Carlgren, I. (1999). Professionalism and teachers as designers. *Journal of Curriculum Studies*, v.31, n.1, 43-56.

Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, v.32, 9-13.

Gehrke, N., Knapp, M. & Sirotnik, K. (1992). In search of the school curriculum. *Review of Research in Education*, v.18, 51-110.

Kynigos, C. (2004). A “black-and-white box” approach to user empowerment with component computing, *Interactive Learning Environments*, Vol. 12, N. 1-2, 27-71.

Kynigos, C. (2007). Using half –baked microworlds to challenge teacher educators’ knowing. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v.12, n.2, 87-111.

Kynigos, C., Philippou, G., Potari, D., Sakonidis, H. (2009). Research in mathematics education in Greece and Cyprus, *Proceedings of PME33*, v.1, 303-322.

Psycharis, G. & Kynigos, C. (2009). Normalising geometrical figures: dynamic manipulation and construction of meanings for ratio and proportion. *Research in Mathematics Education*, v.11, n.2, 149-166.

Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers’ use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, v.75,n.2,211-246

Vergnaud, G. (1996). The theory of conceptual fields. In L. Steffe et al. (eds). *Theories of Mathematical Learning*, Lawrence Erlabaum Ass. Pub.